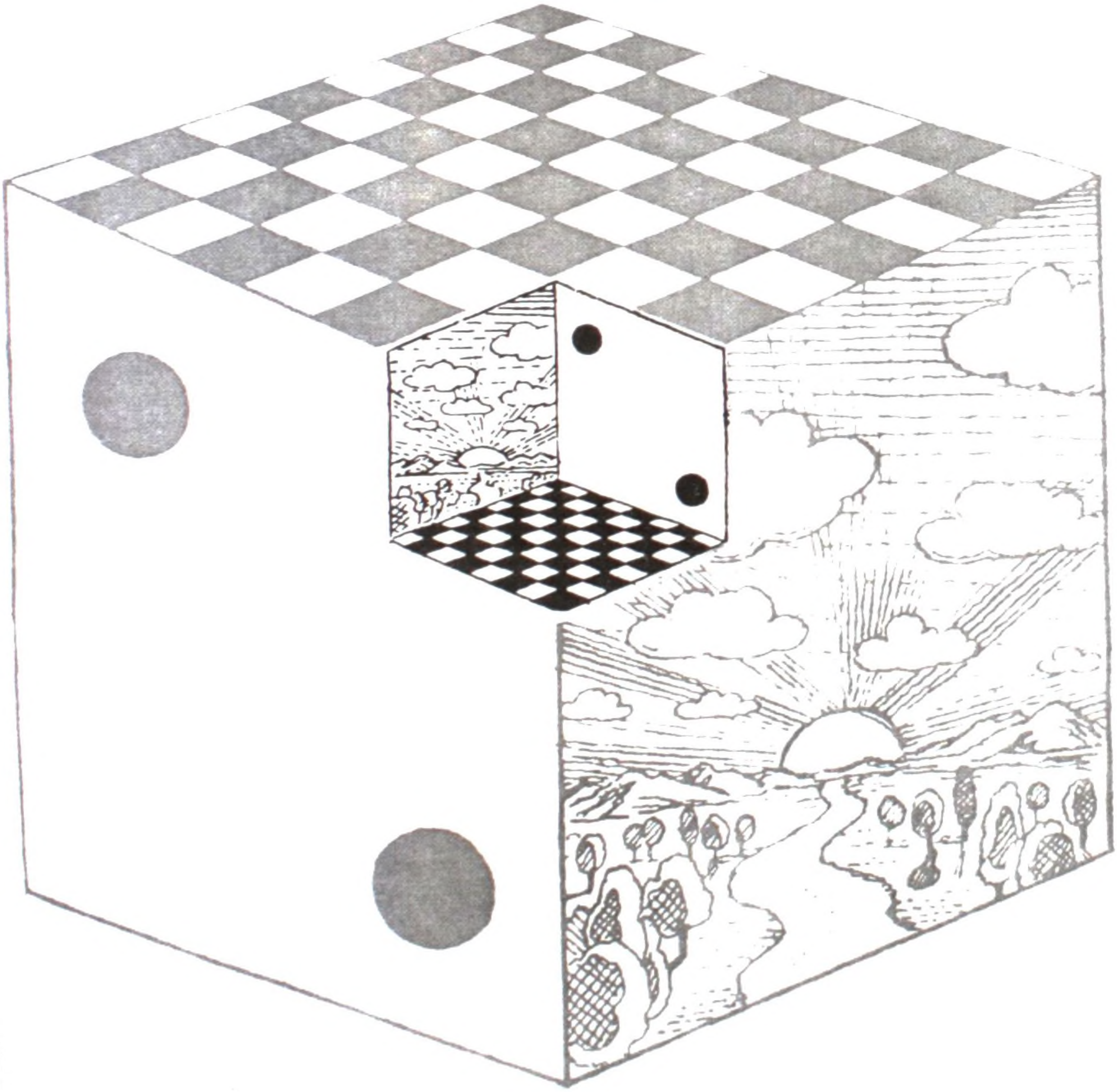
6

යෝධ සංඛ්‍යා පිළිබඳ කථා



49. වාසිදයක ගනුදෙනුවක්

මෙය සිදුවූයේ කවදදැයි කිනම් රටකදැයි ක්සවෙක් නොදනිති. සමහර විට මෙය සිදු නොවූවා විය හැකිය. සිදු වූවා හෝ සිදු නොවූවා හෝ එය කන්දීමට තරම් වන දෙයකි.

I

දිනක් කෝටිපතියෙක් දුර ගමනක් ගොස් ඉතා ප්‍රිතිමත් ලෙස ගෙදර පැමිණියේය: අතර මගදී ඔහු ඉතා වාසි ගෙනදෙන ප්‍රිතිමත් සිද්ධියකට මුහුණ දුන්නේය.

''මෙහෙමත් වාසි කවදවත් ලැබෙන්නේ නැහැ'' යි ගෙදර පැමිණි ඔහු උදම් අනන්නට විය. ''සල්ලි තියෙන තැනටම තවත් සල්ලි කඩාවැටෙනවා කියන්නේ බොරු නොවෙයි. ඔන්න මගෙ සල්ලි තවත් වැඩිවෙනවා මට මගදී වැදගැම්මකට නැති මිනිහෙක් හමු වුණා. මා ළඟ මුදල් තිබෙන බව දැනගෙන ඔහුම මා සමග කතාව පටන්ගත්තා. කතාව අවසානයෙදී වාසිදයක ගනුදෙනුවක් යෝජනා කළා. මට එය විශ්වාස කරන්නත් අමාරුයි.

''ඔහු මෙහෙම කීවා. 'අපි මොහම ගනුදෙනුවක් කරමු. මම සැමදම සම්පූර්ණ මාසයක්ම රුබල් ලක්ෂය ගණනේ ඔබට දෙන්නම්. නිකම් නොවෙයි. ඔබ මට සුළු ගණනක් ගෙවිය යුතුයි. පළමුවැනි දවසේ මට කොපෙක් එකක් පමණක් ගෙවන්න'. මට අවිස්වාස හිතුනා.

'' 'කොපෙක් එකක්?' මම නැවතත් ප්‍රශ්න කළා.


චිතුය 32. ''කොපෙක් ටකක් පමණයි.''

කොපෙක් එකයි,' මිනිහා කීවා. 'දෙවැනි ලක්ෂයට කොපෙක් දෙකයි.''

''ආ, මට ඉවසුම් නැතිව ගියා 'ඊට පස්සේ?' මම ඇහැව්වා.''

'' 'ඊට පස්සේ තුන්වැනි ලක්ෂයට කොපෙක් 4 යි, හතරවැනි ලක්ෂයට කොපෙක් 8 යි, පස්වැනි ලක්ෂයට කොපෙක් 16 යි. මුළු මාසයක් තිස්සේ පෙර දිනයේ ගෙවූ මුදලට වඩා දෙගුණයක් සැම රුබල් ලක්ෂයකට ගෙවිය යුතුයි'.

'' 'ඊට පස්සේ මොකද?' මම ඇහැව්වා.

'' 'එපමණයි. වෙන මොනවාවත් උවමනා නැහැ. ගිවිසුම අකුරට පිළිපැදිය යුතුය. මම හැමදම උදේ වරුවේ රුබල් ලක්ෂය ගණනේ ගෙනෙනවා. ඔබ

ගිවිසුම පරිදි මට ගෙවන්න. මාසෙ ගතවෙන්න ඉස්සෙල්ලා ගිවිසුම කඩකරන්න එපා. එපමණයි.'

''හොඳයි ගෙනෙන්න. මගේ පොරොන්දුව පරිදි මම ගෙවන්නම්. මාව රවට්ටන්න නම් එපා. හොර සල්ලි ගේන්නත් එපා' කියලා මම කීවා.

''කලබල වෙන්න එපා. හෙට උදේ බලාපොරොත්තුව ඉන්න' නාඳුනන මිනිහා කීවා. මට බය නොඑයිද කියා? හෙට උදේ බලමු.''

II

දවසක් ගෙවිණි. පොහොසතාගේ ගෙදර ජනේලයට, උදේ පාන්දරම, ඔහුට මගදී හමුවූ නාඳුනන මිනිහා පැමිණ තට්ටු කළේය.

''මුදල් ලැස්තියි. මගේ මුදල මම ගෙනාවා'' යැයි ඔහු කිවේය.

නිවස තුළට පැමිණි නාඳුනන තැනැත්තා රුබල් ලක්ෂයක් ගැණ මේසය මත තබා පොරොන්දු මුදල ඉල්ලා සිටියේය.

''මෙන්න මගේ මුදල. ඔබේ පොරොන්දු මුදල දෙන්න.''

පොහොසතා පසුම්බියෙන් කොපෙක් එකේ තඹ කාසියක් ගෙන මේසය මත තබා නාඳුනන මිනිසා එය නොගනිවිදැයි බියෙන් මෙන් බලා සිටියේය. එහෙත් නාඳුනන තැනැත්තා කොපෙක් එකේ කාසිය ගෙන දෙපැත්ත පෙරළා බලා පසුම්බියේ ලා ගත්තේය.

''මම හෙටත් මේ වේලාවටම එනවා අමතක කරන්න එපා. කොපෙක් දෙකක් සූදනම් කරලා තියන්න'' යයි කී ඔහු පිටවී ගියේය.

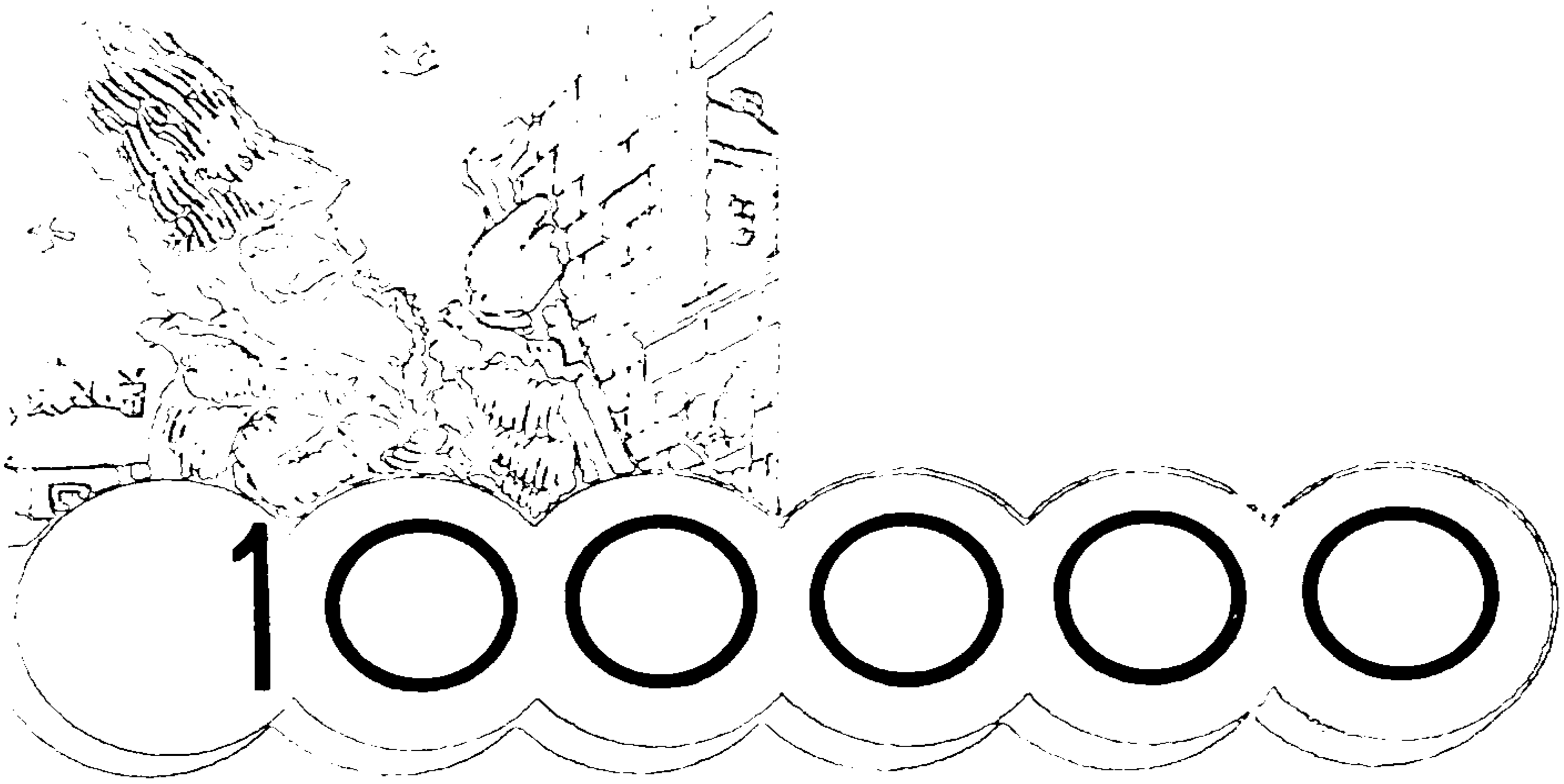
පොහොසතාට තමාගේ වාසනාව විශ්වාස කිරීමට පවා අපහසු විය. රුබල් ලක්ෂයක් අහසින් කඩාවැටුණා මෙනි! නැවත වතාවක් මුදල් ගණන් කළ ඔහු ඒවා හොර නෝට්ටු නොවන බව සැක හැර දැන ගත්තේ, කිසිවකුට සොයාගත නොහැකි ස්ථානයක ඒවා සඟවා තබා නොඉවසිලිව හෙට දවස ගැන සිතමින් සිටියේය.

එදින නින්දට ගිය ඔහු මෙසේ කල්පනා කරන්නට විය: ''මිනිහා හොරෙක්ද? මගේ සල්ලි තිබෙන තැන බලාගෙන පසුව හොරු කන්ඩායමක් සමග පැමිණ ගෙය බිඳිවිද?''

පොහොසතා දොරගුළු ලා නිදගැනීමට ගියේය. එහෙත් ඔහුට නින්දක් නැත. පසුදින හිමිදිරි පාන්දර නැවතත් නාඳුනන මිනිසා පැමිණ ජනේලයට තට්ටු කර මුදල් ගෙනා බව දන්වා සිටියේය. එදිනද රුබල් ලක්ෂයක් පොහොසතාට දුන් ඔහු තමාට ලැබුණු කොපෙක් දෙකේ කාසිය පසුම්බියට දමා හැරී යමින් මෙසේ කීවේය.

''හෙට කොපෙක් හතරක් සූදනම් කරගන්න.''

නැවතත් පොහොසතා ප්‍රීතියට පත්විය: ''දෙවැනි රුබල් ලක්ෂයත් නිකම්ම ලැබුණා. අමුත්තා හොරෙක් විය නොහැකියි: වට පිට බලන්නෙත් නැහැ. කිසිම පිරික්සුමක් නැහැ. තමාගේ කොපෙක් කාසි විතරක් ඉල්ලනවා. පුදුම මිනිහෙක් ඒ වගේ මෝඩයෝ තවත් හිටියොත් අපට මො-



චිත්‍රය 33.   ''නාඳුනන මිනිසා පැමිණ ජනේලයට තට්ටු කර...''

ළේ තියෙන මිනිසුන්ට හොඳට ජීවත් වෙන්න පුළුවනි...'' පොහොසතා සිතන්නට විය.

නාඳුනන්නා තුන්වැනි දවසේද පැමිණියේය. තුන්වැනි රුබල් ලක්ෂයද පොහොසතාට ලැබිණ. ඒ වෙනුවට කොපෙක් හතරක් රැගත් අමුත්තා යන්ට ගියේය.

හතරවැනි දිනයේද පොහොසතාට කොපෙක් 8 ක් වෙනුවට රුබල් ලක්ෂයක් ලැබිණ.

පස්වැනි දිනයේද ඔහු පැමිණියේය. කොපෙක් 16 ක් සඳහා රුබල් ලක්ෂයක් ගෙවා ආපසු ගියේය.

හයවැනි දිනයේද කොපෙක් 32 කට රුබල් ලක්ෂයක් ගෙවා ආපසු ගියේය.

දින හතකට පසු පොහොසතා රුබල් හත් ලක්ෂයක් ලබාගත් අතර ගෙවවේ සුළු මුදලකි.

කො. 1 + කො. 2 + කො. 4 + කො. 8 + කො. 16 + කො. 32 + කො. 64 = රුබල් 1 කොපෙක් 27.

කෝටිපතියා ප්‍රීතියට පත් විය. එහෙත් මාසයකට පමණක් ගිවිසුම ඇතිකරගත් නිසා කණගාටු විය. මුළු මාසයටම ඔහුට ලැබෙන්නේ රුබල් තිස්ලක්ෂයක් පමණකි. නව මාසයකට ගිවිසුම දික්කරගැනීමට ඔහුට උවමනා වූ නමුදු නාඳුනන තැනැත්තා ඇතිකරගත් ගිවිසුමත් අත්හරීවි යැයි ඇති වූ බිය හේතුකොටගෙන හේ නිශ්ශබ්ද විය.

නාඳුනන මිනිසා සැම දිනකම නොකඩවා පැමිණ රුබල් ලක්ෂය බැගින් පොහොසතාට දී තම මුදල රැගෙන ගියේය. 8 වැනි දිනයේ රුබල්

1 කොපෙක් 28 ක්ද, 9 වැනි දිනයේ රු. 2 කො. 56 ක්ද, 10 වැනි දිනයේදී රූබල් 5 කො. 12 ක්ද, 11 වැනි දිනයේදී රු. 10 කො. 24 ක්ද, 12 වැනි දිනයේදී රු. 20 කො. 48 ක්ද, 13 වැනි දිනයේදී රු. 40 කො. 96 ක්ද, 14 වැනි දිනයේදී රු. 81 කො. 92 කක්ද නාඳුනන මිනිසාට ලැබිණ.

පොහොසතා බොහොම කැමැත්තෙන් ඒ මුදල් ගෙව්වේය. ඔහු ඒ වන විට රූබල් දහහතර ලක්ෂයක් ලබාගත් අතර ඒ වෙනුවට නාඳුනන මිනිසාට ගෙව්වේ රූබල් 200 කටද අඩු මුදලකි.

පොහොසතාට වැඩි කාලයක් ප්‍රීතිවීමට නොහැකි විය: නාඳුනන මිනිසා මෝඩයකු නොවන බවත් ආරම්භයේදී සිතූ තරම් මෙම ගනුදෙනුව තමාට වාසිදායක නොවන බවත් පොහොසතාට ඒත්තු ගියේය. දින පහළොහකට පසු සෑම රූබල් ලක්ෂයක්ම සඳහා කොපෙක් ගණන් නොව රූබල් සිය ගණනක් ගෙවීමට ඔහුට සිදුවිය. ගෙවන මුදලද දිනෙන් දින නොසිතූ විරූ ලෙස වැඩි විය. මාසයේ අවසාන සති දෙකේදී පහත පෙන්වා ඇති අයුරු පොහොසතාට ගෙවීමට සිදු විය.

15 වැනි රූබල් ලක්ෂය සඳහා	. . . .	රු.	163	කො.	84
16 " " " "	. . . .	"	327	"	68
17 " " " "	. . . .	"	655	"	36
18 " " " "	. . . .	"	1,310	"	72
19 " " " "	. . . .	"	2,621	"	44

කෙසේ වෙතත්, පොහොසතා මේ වන තෙක්ම තමාට අවාසියක් සිදු නොවූ බව කල්පනා කළේය: ඔහුට ලැබුණු රූබල් 18,00,000 වෙනුවට ඔහු ගෙවා ඇත්තේ රූබල් 5,000 ක් පමණ මුදලකි.

එහෙත් දිනෙන් දිනම, අධික ලෙස ලාභ අඩුවිය.

පහත සඳහන් පරිදි ඉතිරි දින ගණන සඳහා ඔහුට ගෙවීමට සිදුවිය.

20 වැනි රූබල් ලක්ෂය සඳහා	. . . .	රු.	5,242	කො.	88
21 " " " "	. . . .	"	10,485	"	76
22 " " " "	. . . .	"	20,971	"	52
23 " " " "	. . . .	"	41,943	"	4
24 " " " "	. . . .	"	83,866	"	8
25 " " " "	. . . .	"	1,67,772	"	16
26 " " " "	. . . .	"	3,35,544	"	32

27 වැනි රූබල් ලක්ෂය සඳහා . . . . රු. 6,71,088 කො. 64

ලැබෙන මුදලට වඩා මෙහිදී පොහොසතාට ගෙවීමට සිදුවිය. මේ අවස්ථාවේදී ඔහුට ක්‍රීඩාව නැවැත්වීමට සිත්වූ නමුදු ගිවිසුම කඩකිරීමට ඔහු ඉදිරිපත් නොවීය.

ඉදිරියේදී එය තවත් නරක අතට හැරිණි. නාඳුනන මිනිහා ඉතා දක්ෂ ලෙස තමන් රවටා ගෙවූ මුදලට වඩා කිප ගුණයක් තමාගෙන් මුදල් ලබාගන්නා බව ඔහුට අවබෝධ වූයේ ඉතාමත් පරක්කුවී ය...

28 වැනි දිනයේ සිට දස ලක්ෂ ගණනින් ඔහුට ගෙවීමට සිදුවිය. අවසාන දින දෙකේදී ඔහු සම්පූර්ණයෙන්ම නටබුන් විය.

අවසාන දින තුනේදී ඔහු ගෙවූ මුදල් මෙසේය.

28 වැනි රුබල් ලක්ෂය සඳහා				. . . .	රු. 13,42,177	කො.	28
29	"	"	"	. . . .	" 26,84,354	"	56
30	"	"	"	. . . .	" 53,68,709	"	12

පළමුවෙන් තමන්ට වාසිදයක ලෙස හැඟිගිය රුබල් තිස් ලක්ෂය සඳහා ඔහු ගෙවූ මුදල, අවසාන දිනයේදී අමුත්තා පිටවී ගිය පසු ඔහු ගණන් බැලුවේය. නාඳුනන මිනිසාට රුබල් 1,07,37,418 කොපෙක් 23 ගෙවා ඇති බව හෙළිවිය.

රුබල් එක්කෝටි දස ලක්ෂයකට කිට්ටු මුදලක්...එහෙත් ආරම්භ කළේ කොපෙක් එකකිනි. නාඳුනන මිනිසා, ඒ සඳහා රුබල් ලක්ෂය බැගින් නොව, සෑම දම ලක්ෂ තුන බැගින් ගෙව්වත් ඔහුට එයින් පාඩුවක් නොවන්නේය.

III

මෙම කතාව අවසාන කිරීමට පෙර, කෝටිපතියා නටබුන්වූ ආකාරය ලෙහෙසි ක්‍රමයකින් සොයා බලමු; වෙනත් වචනවලින් විස්තර කරන්නේ නම් ශ්‍රෙණියක සංඛ්‍යා එකතුකිරීම ලෙහෙසියෙන් කරන්නේ කෙසේ දැයි සොයා බලමු:

$$1+2+4+8+16+32+64+ \quad . \quad . \quad . \quad .$$ ආදී වශයෙනි.

එම සංඛ්‍යාවල පහත දැක්වෙන විශේෂතාවය නිරීක්ෂණය කිරීම අපහසු නැත.

$$\begin{aligned}
1&=1\\
2&=1+1\\
4&=(1+2)+1\\
8&=(1+2+4)+1\\
16&=(1+2+4+8)+1\\
32&=(1+2+4+8+16)+1
\end{aligned}$$ ආදී වශයෙනි.

එම ශ්‍රෙණියේ සෑම සංඛ්‍යාවක්ම, ඊට ප්‍රථම ඇති සංඛ්‍යාවල එකතුව $+1$ට සමාන බව අපට පැහැදිලිය. එවැනි ශ්‍රෙණියක සංඛ්‍යාවන් එකතුකිරීමට අවශ්‍ය වූ විටක පහත සඳහන් ලෙස එය කළ හැකිය.

එවැනි ශ්‍රෙණියක 1 සිට 32,768 දක්වා සියළුම සංඛ්‍යා එකතු කිරීමට අවශ්‍ය යැයි සිතමු. මෙහිදී අපි අවසාන සංඛ්‍යාවට (32,768) ඊට ප්‍රථම ඇති සංඛ්‍යා සියල්ලෙහිම ඓක්‍ය එකතු කරමු. වෙනත් ආකාරයකින්

විස්තර කරන්නේ නම් එම සංඛ්‍යාවෙන් එකක් අඩුකර (32,768—1) ලැබෙන ප්‍රතිඵලය එයටම එකතු කරමු:

$$32,768+32,767=65,535.$$

ඒ ක්‍රමයටම කෝටිපතියාගේ අලාභය පහසුවෙන් ගණන් බැලිය හැකිය. ඒ සඳහා අවසාන වරට ගෙවූ මුදල දැනගත යුතුය. ඔහු අවසාන වතාවට රූබල් 53,68,709 කොපෙක් 12 ක් නාඳුනන්නාට ගෙව්වේය. එමනිසා 53,68,709 . 12 ට 53,68,709 11 ක් එයටම එකතු කිරීමෙන් ඔහු ගෙවූ මුළු මුදල වන රූබල් 1,07,37,418 කොපෙක් 23 ලැබෙ.

50. නගරබද ප්‍රවෘත්ති

නගරය තුළ ආරංචි පැතිරයාම පුදුම සහගතය. කීපදෙනෙක් පමණක් දුටු යම් සිද්ධියක් සිදු වී පැය දෙකක් ගතවීමට ප්‍රථම සෑම නගර වැසියෙක්ම ඒ ගැන දැන ගනිති. ආරංචි පැතිරයාමේ එම වේගය පුදුම සහගතය. ඇදහිය නොහැකිය.

එහෙත්, ගණිතමය ගැටළුවක් ලෙස එය දෙස බලන්නේ නම්, කිසිම පුදුමයක් මෙහි නොමැති බව පෙනේ. මෙම ආරංචි පැතිරයාමේ වේගය, ඒවායේ ඇති රහසිගත භාවයෙන් නොව, සංඛ්‍යාවලින් පැහැදිලි කළ හැකිය.

උදහරණයක් වශයෙන් පහත සිද්ධිය සලකා බලමු.

I

ජනගහනය පණස් දහසක් පමණ වන කුඩා නගරයකි. අගනුවර සිට, අලුත්ම ආරංචියක් රැගෙන මිනිසෙක් උදේ 8.00 ට එහි පැමිණියේය. ඔහු, නවාතැන් ගත් නිවසේ වැසියන් තුන්දෙනෙකුට එම ආරංචිය කීවේය. මෙ සඳහා විනාඩි 15 ක් පමණ ගත වූයේයැයි සිතමු.

උදේ 8.15 ට ආරංචිය දැන සිටියේ හතර දෙනෙකි. එනම් අමුත්තා හා නිවැසියන් තිදෙනා පමණකි.

මෙම ප්‍රවෘත්තිය දැනගත් නිවැසියන් තිදෙනාගෙන් හැම'කෙක්ම වෙනත් මිනිසුන් තිදෙනෙකුට බැගින් එය දැන්වීමට ගියහ. ඒ සඳහා ද විනාඩි 15 ක් ගත වී යැයි සිතමු. ප්‍රවෘත්තිය නගරයට පැමිණ පැය භාගයකට පසු ඒ ගැන නගරය තුළ මිනිසුන් $4+(3\times3)=13$ ක් දැනගත්හ.

ඊළඟ විනාඩි 15 ඇතුළත එම ප්‍රවෘත්තිය දැනගත් මිනිසුන් 9 දෙනාගෙන් හැම කෙක්ම වෙනත් මිනිසුන් තිදෙනෙකුට එය දැන්වූහ. මෙසේ, උදේ 8.45 වන විට එම ප්‍රවෘත්තිය

$13+(3\times9)=40$ ක් දැන සිටියහ.

චිත්‍රය 34. අගනුවර සිට අළුත්ම ආරංචියක් රැගෙන මිනිසෙක් එහි පැමිණියේය...

ප්‍රවෘත්තිය දැන ගන්නා සෑම නගර වැසියෙක්ම ඉහත ආකාරයට විනාඩි 5 ක් ඇතුලත වෙනත් නගරවැසියන් තිදෙනෙකුට ඒ ප්‍රවෘත්තිය දන්වන්නේ නම් නගරය තුළ ප්‍රවෘත්තිය පැතිරයාම පහත ආකාරයට සිදු වේ.

උදේ 9.00 මිනිස්සු $40+(3\times27)=$ $=121$ ක් ප්‍රවෘත්තිය දැනගනිති,

9.15 $121+(3\times81)=364$

9.30 $364+(3\times243)=1,093$

ප්‍රවෘත්තිය ලැබීමෙන් පැය $1^1/_2$කට පසුව නගරයෙහි මිනිසුන් 1,100 ට පමණ එය දැනගැනීමට හැකිවන්නේය. 50 දහසක් පමණ ජනගහනයක් ඇති නගරයක මෙය ඉතා සුළු ගණනක් ලෙස පෙනේ. ඒ නිසා, එම ප්‍රවෘත්තිය ජනතාවට ලැබීමට බොහෝ වේලාවක් ගතවේ යැයි සිතිය හැකිය. එහෙත් ඉදිරියට ප්‍රවෘත්තිය පැතිරයන්නේ කෙසේදැයි බලමු.

උදේ 9.45 මිනිස්සු $1,093+(3\times729)=3,280$ ක් ප්‍රවෘත්තිය දැනගනිති
උදේ 10.00 " $3,280+(3\times2,187)=9,841$ " "

තව විනාඩි 15 ක් ගතවන විට නගරයේ ජනගහනයෙන් භාගයකට වඩා ප්‍රවෘත්තිය පැතිර යන්නේය:

$$9,841+(3\times6,561)=29,524.$$

උදේ 8.00 එක් තැනැත්තෙකු පමණක් දැන සිටි ප්‍රවෘත්තිය උදේ 10.30 වන විට නගරයේ මුළු ජනගහනයම වෙතම පැතිරියයි.

II

ඉහත විසඳීම කළේ කෙසේදැයි සොයා බලමු. එය පහත දැක්වෙන ශ්‍රේණියෙන් පෙන්විය හැකිය

$$1+3+(3\times3)+(3\times3\times3)+(3\times3\times3\times3)+\ .\ .\ .$$

විත්‍රය 35 හැමෙකෙක්ම වෙනත් මිනිසුන් තිදෙනෙකුට බැගින් ප්‍රවෘත්තිය දැන්වූහ.

මෙම එකතුකිරීම ලෙහෙසියෙන් කළ හැකිදැයි බලමු. පසුගිය ගැටළුවෙන් පෙන්වන ලද ශ්‍රෙණියේ $1+2+4+8+\ldots$ සංඛ්‍යා එකතුකළ ආකාරයට මෙය විසඳිය හැකිද? පහත පෙන්වා ඇති පිළිවෙළට එම සංඛ්‍යා ලිවීමෙන් එහි ඇති විශේෂතාවය උපකාරී කොට ගෙන එය විසඳිය හැකිය:

$$
\begin{aligned}
1 &= 1 \\
3 &= 1\times 2+1 \\
9 &= (1+3)\times 2+1 \\
27 &= (1+3+9)\times 2+1 \\
81 &= (1+3+9+27)\times 2+1 \quad \ldots
\end{aligned}
$$

වෙනත් වචනවලින් විස්තර කරන්නේ නම් එම ශ්‍රෙණියේ හැම සංඛ්‍යාවක්ම ඊට ප්‍රථම ඇති සංඛ්‍යාවල එකතුවේ දෙගුණය $+\ 1$ ට සමානය.

එම නිසා, ඉහත ගැටළුවෙන් පෙන්නුම් කරන ලද ශ්‍රෙණියේ, 1 සිට යම් සංඛ්‍යාවක් දක්වා ඇති සෑම සංඛ්‍යාවකම එකතුව සොයාගැනීමට අවශ්‍ය වන්නේ නම්, එම අවසාන සංඛ්‍යාවට එහි දෙකෙන් කොටසක් එකතුකිරීම පමණක් සෑහෙන්නේය (සංඛ්‍යාව දෙකෙන් බෙදීමට පෙර එයින් 1 ක් අඩුකළ යුතුය).

උදහරණයක්:

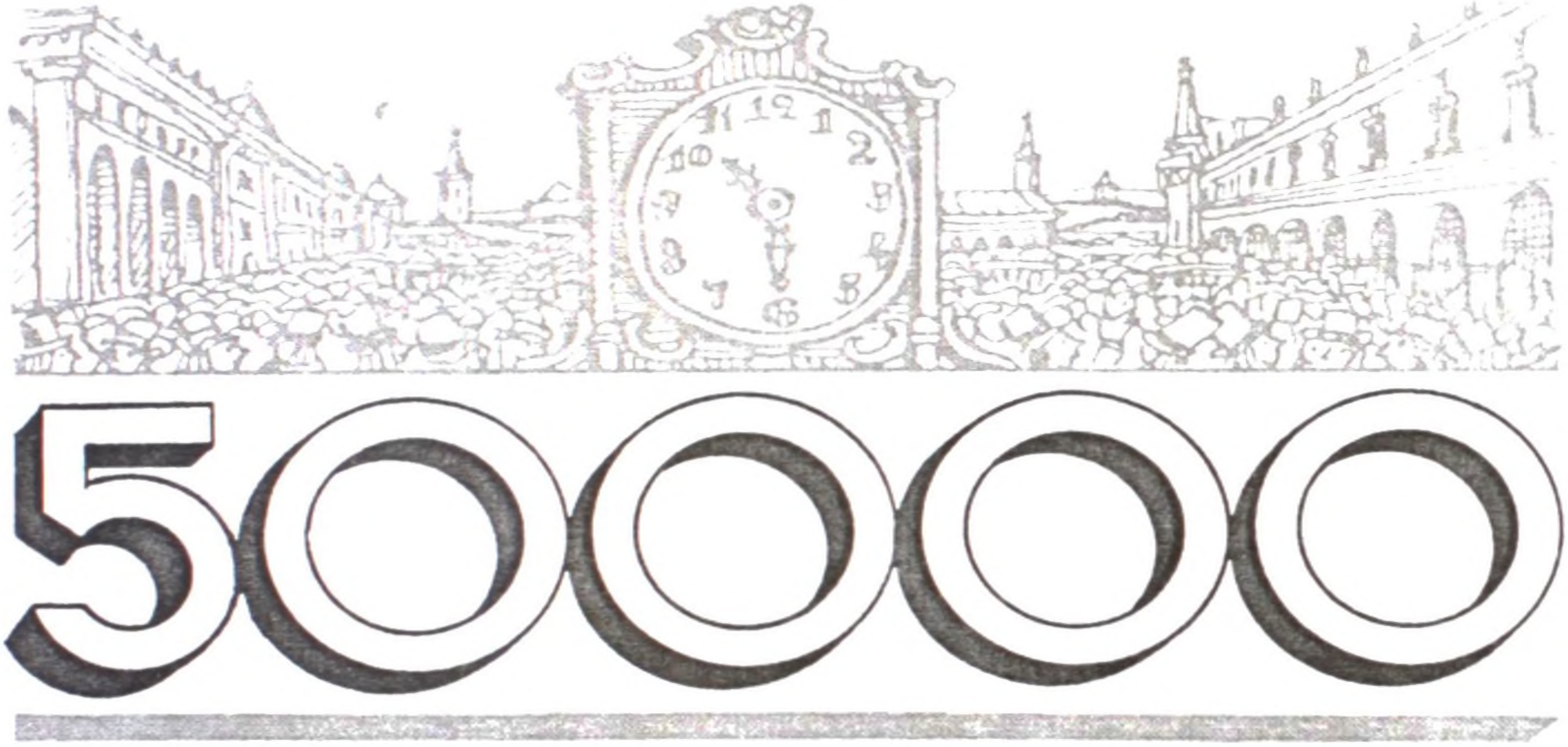
$$1+3+9+27+81+243+729$$

මෙය $729^{8}+\dfrac{728}{2}$කි.

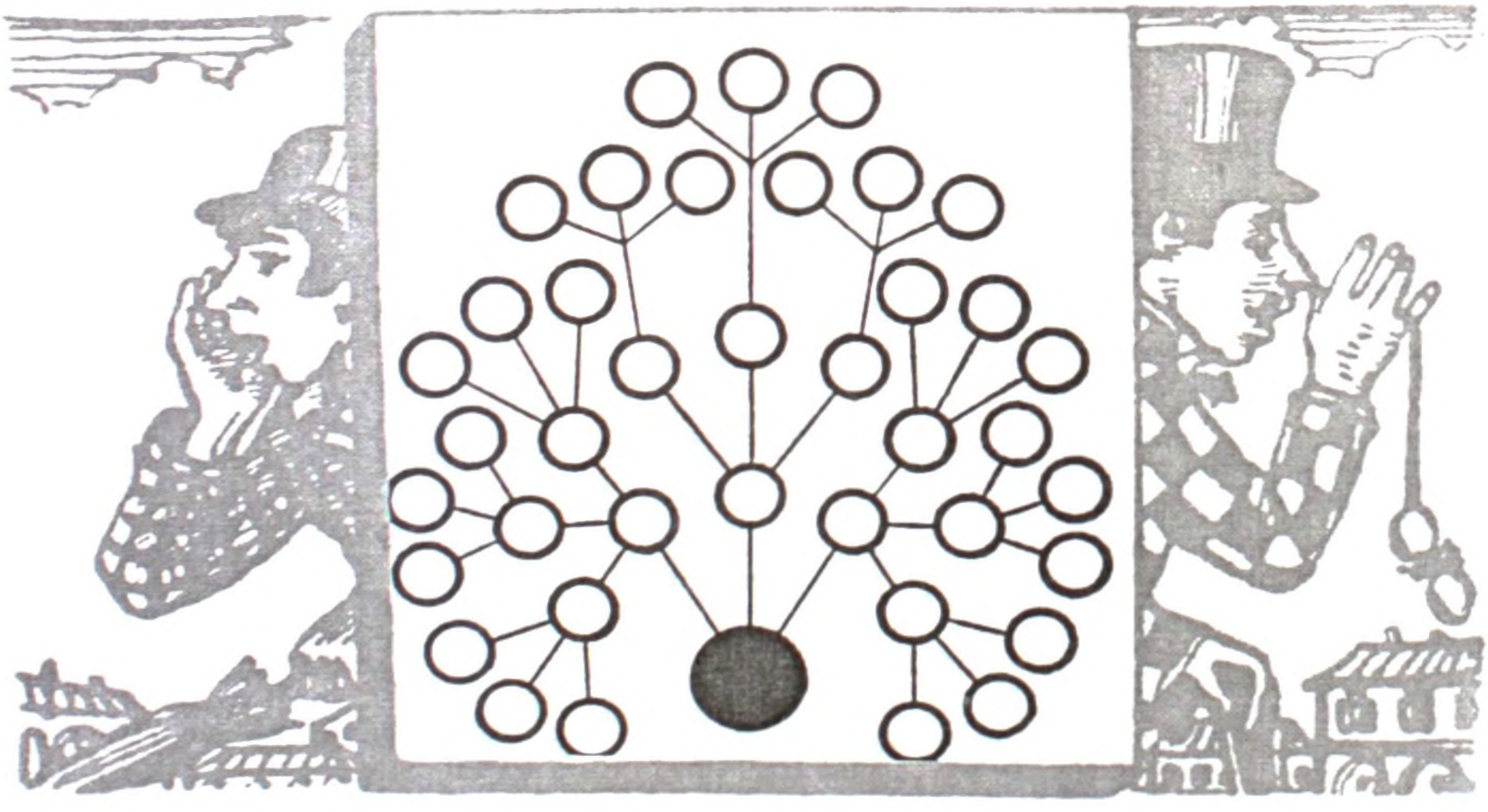
$$729+364=1{,}093.$$

III

ඉහත දැක්වූ අවස්ථාවේ ප්‍රවෘත්තිය දැනගන්නා සෑම නගර වැසියෙක්ම එය දන්වා සිටින්නේ තිදෙනෙකුට පමණි. එහෙත් නගරවැසියන් වඩාත් දෙඩමලු නම් ඔවුන් ප්‍රවෘත්තිය දැන්වූයේ තිදෙනෙකුට බැගින් නොව



චිත්‍රය 36. උදේ 10. 30 වන විට සියළුම නගර වැසියෝ ප්‍රවෘත්තිය දැන ගත්හ.



චිත්‍රය 37. ආරංචි පැතිර යන මාර්ගය.

5 දෙනෙකුට 6 හෝ 10 දෙනෙකුට බැගින් නම් ආරංචිය පැතිරයෑම තවත් වේගවත් වන්නේය.

එකෙක් 5 දෙනෙකුට බැගින් ආරංචිය දන්වා සිටියේ නම් එය පැතිර යන ආකාරය මෙසේය.

උදේ 8.00 ට	. . . . .			මිනිසුන්	1
" 8.15	. . . . .	1+5	=	"	6
" 8.30	. . . . .	6+(5×5)	=	"	31
" 8.45	. . . . .	31+(25×5)	=	"	156
" 9.00	. . . . .	156+(125×5)	=	"	781
" 9.15	. . . . .	781+(625×5)	=	"	3,906
" 9.30	. . . . .	3,906+(3,125×5)	=	"	19,531

උදේ 9.45 වීමට ප්‍රථම ප්‍රවෘත්තිය නගරයේ මුළු ජනගහනයටම දැන ගැනීමට හැකි වන්නේය.

එක් නගර වැසියෙක් දසදෙනෙකුට බැගින් ආරංචිය දන්වන්නේ නම් එය තවත් සීඝ්‍රයෙන් පැතිර යන්නේය. එය පහත පෙන්වා ඇති ආකාරයට සිදු වේ

උදේ 8.00	. . . . .			මිනිසුන්	1
" 8.15	. . . . .	1÷10	=	"	1
" 8.30	. . . . .	11÷100	=	"	111
" 8.45	. . . . .	111÷1,000	=	"	1,111
" 9.00	. . . . .	1,111÷10,000	=	"	11,111

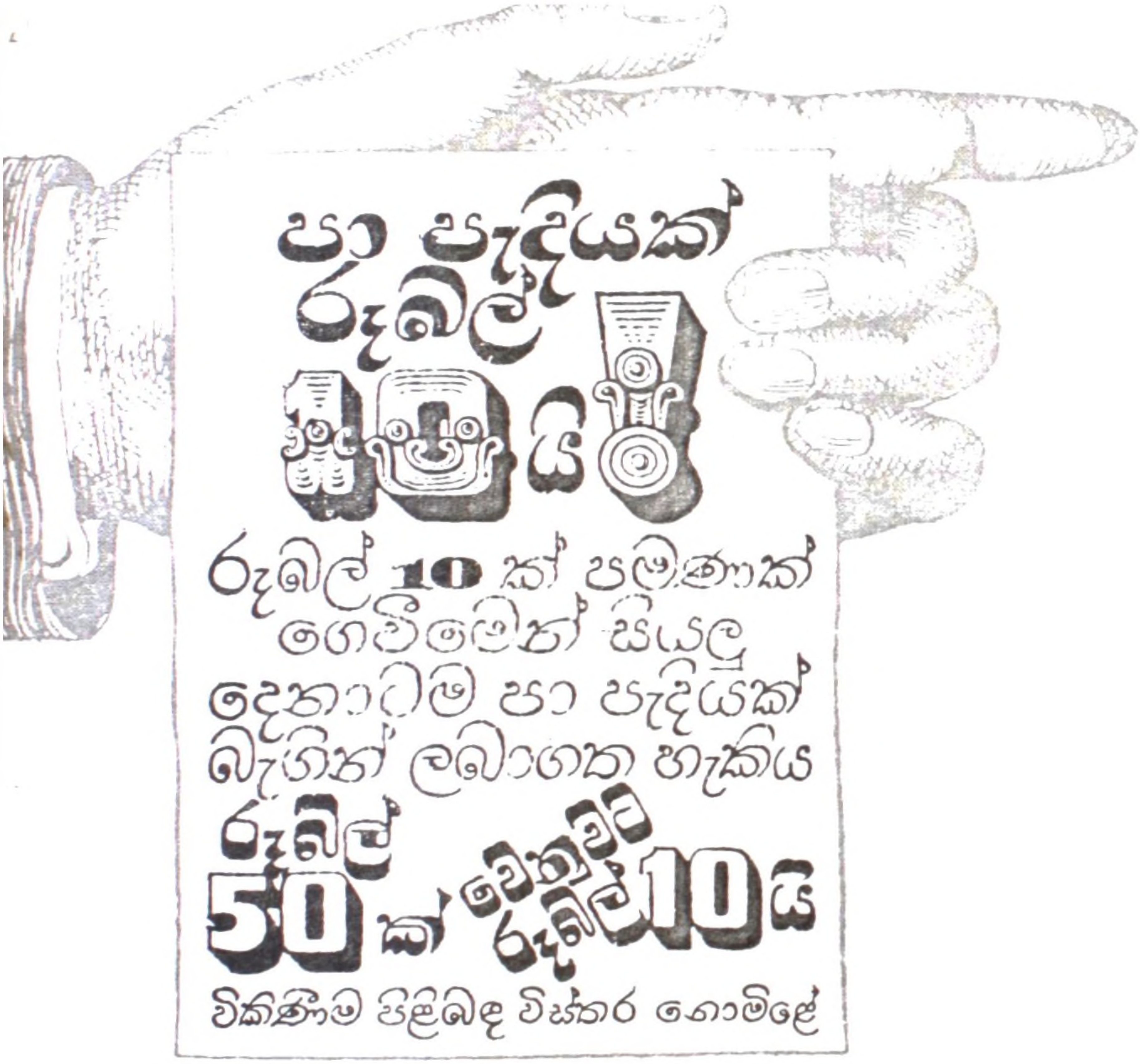
ඊ ළඟ සංඛ්‍යාව 1,11,111 බව පැහැදිලිය. එනම් උදේ 9 පසුවී විනාඩි කීපයක් ගතවීමට පෙර ප්‍රවෘත්තිය නගර වැසියන් සියළු දෙනාම දැනගන්නා බව එයින් පැහැදිලි වේ. ආරංචිය පැයක් ඇතුළතදී මුළු නගරය පුරාම පැතිර යයි.

51. ලාභයට පා පැදි

විප්ලවයට පෙර රුසියාවේ වෙළෙන්දෝ තම බාල භාණ්ඩ විකුණා ගැනීම සඳහා නොයෙක් කූට උපක්‍රම යෙදූහ. විදේශීය රටවල වර්තමාන-යේදීද එය සිදුවේ. පුවත් පතක හෝ සඟරාවක පහත දක්වා ඇති ආකාරයේ දැන්වීමක් පළ කර ඔවුහු එය ආරම්භ කළහ.

ඇත්ත වශයෙන්ම මෙම දැන්වීමෙන් පසු බොහෝ දෙනෙක් එම පුදුමාකාර ගණුදෙනුව පිළිබඳ විස්තර එවන මෙන් ඉල්ලා යැවූහ. එම විස්තර පත්‍රිකා මෙසේය.

රුබල් 10 කට ඔබට ටිකට් පත් 4 ක් ලැබේ. ඒ ටිකට් පත් 4 යහළුවන්



4 දෙනෙකුට රුබල් 10 බැගින් විකුණා මුදල සමාගමට එවිය යුතුය. එවිට ඔබට පා පැදිය ලැබේ. ගැනුම් කරුවාට පාපැදිය සඳහා වියදම් වූයේ ඇත්ත වශයෙන්ම රුබල් 10 කි. ඉතිරි මුදල වන රුබල් 40 ගෙවන ලද්දේ වෙනත් පුද්ගලයින් විසිනි. මෙහිදී රුබල් 10 ගෙවීම හැර ටිකට් 4 මිතුරන් අතර විකිණීමට ඔහුට සුළු වශයෙන් වෙහෙසීමට සිදුවිය. එය මුදල හා සසඳන විට ඉතා සුළු වෙහෙසීමකි.

ඒ ටිකට් පත් මොනවාද? රුබල් 10 බැගින් ඒවා මිළදී ගත්තවුන් එයින් ලද ලාභය කුමක්ද? තමා මිලදී ගත් ටිකට් පත වෙනත් ටිකට් පත් 5 කට පාපැදි සමාගමෙන් මාරුකිරීමට ඔවුන්ට සිදුවිය. වෙනත් වචනවලින්

කියතොත් රුබල් 50 කට ඒවා තම මිතුරන් අතර විකුණා පාපැදිය සඳහා මුදල් ලබාගැනීමට ඔහුට අවස්ථාවක් ලැබිණ. මේ අනුව ඔහුට වියදම් වූයේ රුබල් 10 කි. එම ටිකට් මිලදී ගත් අයද ඒ වෙනුවට සමාගමෙන් ටිකට් පත් 5 බැගින් ලබා ගත්හ.

බැලූ බැල්මට මෙහි රැවටීමක් පෙනෙන්නට නැත. දැන්වීමේ ආකාරයට සියළු දෙයම සිදුවිය. ගැනුම් කරුවා විසින් පා පැදිය සඳහා ගෙවන ලද්දේ රුබල් 10 ක් පමණකි. එසේම පා පැදි සමාගමද තම භාණ්ඩය සඳහා එහි සම්පූර්ණ වටිනාකම ලබාගත්තේය.

මෙහි අභ්‍යන්තරයේ ඇත්තේ කුටෝපායකි. එම කුට වෙළඳාම නිසා තමන් ගත් ටිකට්පත් විකුණාගැනීමට නොහැකිවූ විශාල සංඛ්‍යාවකට පාඩු සිදුවිය. පා පැදියේ වටිනාකම වන රුබල් 50 හා ගැනුම්කරුවා විසින් ගෙවන ලද රුබල් 10 අතර වෙනස පා පැදි සමාගමට ඔවුහු ගෙවූහ. කෙදිනක හෝ, එහෙත් අනිවාර්‍ය ලෙසම ටිකට් පත් ගැනුම්කරුවෙක් සොයාගැනීමට නොහැකි අවස්ථාවක් එළඹේ. මේ "ගිරිහිම නිපාතයට" යටවූ සංඛ්‍යාව සීඝ්‍ර ලෙස වැඩිවන ආකාරය ඔබටම පරීක්ෂා කළ හැකිය.

පා පැදි සමාගමෙන්ම ටිකට් පත් මිළදී ගත් පළමුවැනි ගැනුම්කරු කණ්ඩායම තම ටිකට් පත් ලෙහෙසියෙන්ම විකුණා ගනී. එම කණ්ඩායමේ එක් එක් තැනැත්තා නවතම ගැනුම් කරුවන් 4 දෙනෙකුට ටිකට් විකුණයි.

එම හතර දෙනා නැවත තම ටිකට් පත් $4 \times 5 = 20$ දෙනෙකුට විකිණිය යුතුය. ඔවුන්ට ඒවා විකුණා ගැනීමට හැකිවී යයි අපි සිතමු.

ගිරි හිම නිපාතය තව දුරටත් ගලා යයි: ටිකට් පත් ලබාගත් 20 දෙනා ඒවා නැවත $20 \times 5 = 100$ දෙනෙකුට විකිණිය යුතුය. මේ වන විට ගනුදෙනුවේ සෑම "ආරම්භකයෙක්ම" එය $1+4+20+100=125$ දෙනෙකු දක්වා ගෙන ගොස් ඇත. ඔවුන්ගෙන් 25 දෙනෙකුට පා පැදි ලැබී ඇත. 100 කට ඇත්තේ පා පැදි ලබාගැනීම පිළිබඳ බලාපොරොත්තුවක් පමණකි. ඒ සඳහාද රුබල් 10 ක් ගෙවා ඇත.

දැන් ගනුදෙනුව කිට්ටු මිතුරන්ගෙන් වෙන්ව නගරය කරා පැතිරයාමට පටන් ගනී. එහිදී එයට අළුත් බිලි ගොදුරු කර ගැනීමේ අසීරුකම දිනෙන් දිනම ඉහළ යයි. ටිකට් පත් ලබාගත් පුද්ගලයින් 100 දෙනා ඒවා නගර වැසියන් 500 ට විකිණිය යුතුය. ඔවුන්ද නවතම ගොදුරු 2500 ක් සොයාගත යුතුය. නගරය ටිකට් පත්වලින් පිරී ඉතිරී යයි. ඒවා විකිණීම සඳහා පුද්ගලයින් සොයාගැනීම තව තවත් අසීරු බවට පත් වෙයි.

අප ඉහත විසඳූ ආරංචි පැතිර යාමේ ගැටළුව ආකාරයටම මෙහිදීද ගනුදෙනුවට හසුවන මිනිසුන්ගේ සංඛ්‍යාව වැඩිවන බව ඔබට දැක ගත හැකිය. අපට ලැබෙන සංඛ්‍යා පිරමීඩය පහත පළවේ.

1
4
20
100
500
2,500
12,500
62,500

නගරය විශාල නම්ද, සැම නගර වැසියෙකුටම පා පැදි පැදීමට හැකියාවක් තිබෙ නම්ද, එසේම එහි ජනගහනය 62,500 ක් නම්ද මේ අවස්ථාවෙදි එනම් 8 වැනි ''වට රවුමේදී'' මෙම වෙළඳ ගනුදෙනුව ක්ෂය විය යුතුය. සියළු දෙනාම එයට යටවී ඇත. එහෙත් පා පැදි ලබා ඇත්තේ එයින් 1/5 කොටසකි. ඉතිරි 4/5ක් අත විකුණාගැනීමට නොහැකි ටිකට පත් පමණක් ඉතිරිව ඇත.

වැසියන් දස ලක්ෂයකට වඩා සිටින ජනගහනයෙන් විශාල වූ නගරයක වුවද, නවීන අග නුවරක වුවද හිම ගිරි නිපාතය දියවී යෑම තව වට රවුම් කිපයකින් සිදුවෙයි. ගිරි හිම නිපාතයට යටවන සංඛ්‍යාව විශ්වාස හැකි කෙළ සේ ඉහළ යයි. සංඛ්‍යා පිරමීඩයේ ඉතිරි කොටසින් එය පැහැදිලි වේ.

3,12,500
15,62,500
78,12,500
3,90,62,500

12 වැනි වට රවුමේදී සම්පූර්ණ රටක් වුවද ගිරි හිම නිපාතයට යට වන බව ඔබට පෙනේ.එයින් 4/5 ක්ම එය පෙරළූ අයගේ රැවටීමට හසුවේ.

මෙම කූට ගනුදෙනුව පතුරුවා හැරීමෙන් පා පැදි සමාගම බලාපොරොත්තු වන්නේ කුමක්දැයි අපි සොයා බලමු.ජනගහනයේ 1/5 ක් ලබාගත් පා පැදි සඳහා ඉතිරි 4/5 ක කොටසට ගෙවීමට එය සලස්වයි. වෙනත් වචනවලින් කියතහොත් හතරදෙනෙක් පස්වැනියා ගත් භාණ්ඩය සඳහා ගෙවීම් කරති. ඒ හැරුණු විට කිසිම ගෙවීමක් නොකර සමාගම තම භාණ්ඩය බෙදහැරීම පිණිස ඒජන්තවරුන්ද සොයා ගනී.මෙම කූට වෙළඳාම එක් ලේඛකයෙක්* ''එකිනෙකා ගිලගැනීමේ ගිරි හිම නිපාතය'' යනුවෙන් නිවැරැදිව හැඳින්විය. මෙම නිපාතයට යටවී සැඟවී යන යෝධ සංඛ්‍යාව, කූට වෙළෙඳුන්ගෙන් තම අයිතිවාසිකම් ආරක්ෂාකර ගැනීම සඳහා අංක ගණිතමය විසඳීම් ප්‍රයෝජනයට නොගන්නා පුද්ගලයින්ට දඬුවම් කරයි.

---

* අයි. අයි. යයින්ස්කි.

52. තෑග්ග

පුරාවෘතයක එන මෙම සිද්ධිය ශත වර්ෂ ගණනකට පෙර පුරාණ රෝමයේ සිදුවූවකි.*

I

සේනාධිපති තෙරෙන්සියුස් අධිරාජයාගේ අණ පරිදි යුද්ධ සියල්ලම ජයගෙන ආපසු රෝමයට ජයග්‍රාහී ලෙස පැමිණියේය. අගනුවරට පැමිණි ඔහු අධිරාජයා බැහැදැකීම සඳහා අවසර පැතීය.

සේනාධිපතියා ආදරයෙන් පිළිගත් අධිරාජයා හමුදාවට කරන ලද සේවය සඳහා ඔහුට ස්තුති කර එයට කළ ගුණ සැලකීමක් වශයෙන් මන්ත්‍රන සභාවේ උසස් පදවියක්ද දෙන බවට පොරොන්දු විය.

තෙරෙන්සියුස්ට අවශ්‍යව තිබුණේ වෙනකකි. ඔහු එයට අකැමැත්ත පළ කළේය.

''ඔබේ කීර්තිමත් නාමය ආරක්ෂා කිරීමටත්, ඔබේ බල පරාක්‍රමය පැතිරවීමටත් මම මහා යුද්ධ ජයග්‍රහණය කළා. මම මරණයට බිය වූවේ නැහැ. මට එක ප්‍රාණයක් නොව, බොහෝ ගණනක් තිබුනොත් ඒ සියල්ලම ඔබ සඳහා කැප කරනවා. එහෙත් මගේ තරුණ කාලේ ගෙවී ගිහින්. යුද්ධ කරලා මහන්සියි. මගේ ඇඟේ ලේ දුවන්නේ බොහොම හෙමින්. මගේ පරපුරෙන් පැවත එන ගෙයක විවේක ගන්නත්, ගෘහ ජීවිතයේ සතුට විඳින්නත් දැන් කාලය ඇවිදින් තියෙනවා.''

''තෙරෙන්සියුස් මොනවද මගෙන් බලාපොරොත්තු වෙන්නේ?'' අධිරාජයා ප්‍රශ්න කළේය.

''අධිරාජයාණෙනි කරුණාවෙන් සවන් දෙන්න! සෑම දිනකම මගේ කඩුව මගේ ලේවලින් පනපොවමින් හමුද සේවයේ බොහෝ කාලයක් සිටි නිසා මට කිසිම වස්තුවක් උපයා ගන්න බැරිවුණා. මම දුප්පත්...''

''වීර තෙරෙන්සියුස් අවශ්‍ය දෑ කියන්න.''

''ඔබේ යටහත් සේවකයාට උදව් කිරීමට කැමති නම් අවසාන කාලය ගෙදරට වී සාමයෙන් ගතකිරීමට ඔබේ ත්‍යාගශීලී භාවයෙන් ඔහුට ආධාර කරන්න. ශ්‍රේෂ්ඨ මන්ත්‍රණ සභාවේ උසස් පදවි මා බලාපොරොත්තු වෙන්නේ නැහැ. මම කැමතියි රාජකාරියෙන් ඈත් වී නිදහසේ විවේක ගන්න. මගේ ජීවිතයේ ඉතිරි කාලය ගත කිරීම සඳහා මට මුදල් ටිකක් ලබා දෙන්න.''

---

* මෙම කතාව එංගලන්තයේ පෞද්ගලික පුස්තකාලයකට අයිති පැරණි ලතින් ලියවිල්ලකින් ගත්තකි.

අධිරාජයා ත්‍යාගශීලියෙකු නොවීය. තමන් සඳහා මුදල් රැස්කිරීමට ප්‍රියකළ ඔහු අනුන් සඳහා වියදම් කිරීමට මැලිවිය. සෙන්පතියාගේ ඉල්ලීම නිසා ඔහු කල්පනාවට වැටිණි.

''තෙරෙන්සියුස්, ඔබට කොපමණ මුදලක් අවශ්‍යද?'' අධිරාජයා ප්‍රශ්න කළේය.

''දිනාර් දස ලක්ෂයක්, අධිරාජයාණෙනි''

අධිරාජයා නැවතත් කල්පනාවට වැටිණි. තෙරෙන්සියුස් හිස පහත්කරගෙන බලාපොරොත්තුව සිටියේය.

අවසානයේදී අධිරාජයා මෙසේ කීවේය:

''වීර තෙරෙන්සියුස්! ඔබ ශ්‍රේෂ්ඨ රණකාමියෙක්, ඔබේ විජයග්‍රහණ නිසා ඔබ තෑගි ලැබිය යුතුයි. මම ඔබට වස්තුව දෙන්නම්. හෙට මධ්‍යම දහවල් මගේ තීරණය ඔබට දැනගන්න පුළුවනි.''

තෙරෙන්සියුස් අචාරකර පිටවී ගියේය.

II

ඊ ළඟ දින නියමිත වේලාවට සෙන්පතියා මාලිගාවට පැමිණියේය.

''ආයුබෝවන්, වීර තෙරෙන්සියුස්'' අධිරාජයා ඔහු පිළිගත් අතර.

තෙරෙන්සියුස් සිරුවෙන් ආචාර කළේය.

''අධිරාජයාණෙනි, ඔබේ තීරණය දැනගන්න මම කැමතියි. මට වස්තුව ලබාදීමට ඔබ පොරොන්දු වුණා.''

''ඔබ වැනි වීරෝදාර රණකාමියෙක් තම සේවය සඳහා සුළු තෑග්ගක් ලබාගන්නවාට මම කැමති නැහැ. මට කන් දෙන්න. මගේ භාණ්ඩාගාරයේ ලක්ෂ පණහක් බ්‍රාස්* කාසි තිබෙනවා. ඔබ භාණ්ඩාගාරයට ගොස් එක කාසියක් ගෙනවිත් මගේ දෙපා ළඟ තබන්න. ඊ ළඟ දවසේත් භාණ්ඩාගාරයට ගොස් බ්‍රාස් දෙකක් වටිනා කාසියක් ගෙනවිත් පළමුවැනි කාසිය ළඟම තියන්න. තුන්වැනි දවසේ බ්‍රාස් 4 ක් වටිනා කාසියක්ද හතරවැනි දවසේ බ්‍රාස් 8 ක්ද පස්වැනි දවසේ බ්‍රාස් 16 ක්ද ආදී වශයෙන් කාසි ගෙනෙන්න. ඒ ඒ වටිනාකමෙන් යුත් කාසි සැමදම සූදානම් කරන්න මම අණකරන්නම්. කාසි ඉසිලීමට ඔබට ශක්තිය තිබෙන තුරු මගේ භාණ්ඩාගාරයෙන් ඒවා ගෙනෙන්න. ඔබට උදව්කරන්න කිසිම කෙනෙකුට තහනම්; ඔබ ඔබේ ශක්තියෙන්ම කාසි ඉසිලිය යුතුය. ඔබට කාසි ඉසිලීමට නොහැකි වූ විට එය නවත්වන්න. එයින්ම අපේ ගිවිසුමත් අවලංගු වෙනවා. එහෙත් ඔබ විසින් භාණ්ඩාගාරයෙන් ගෙනෙන ලද සියළුම කාසි ඔබට අයිති වෙනවා.''

---

* දිනාර් පහෙන් එකක් වටිනා කුඩා කාසියකි.

අධිරාජයා විසින් කියන ලද සෑම වචනයක්ම තෙරෙන්සියුස් ආශාවෙන් අසා සිටියේය.

එකකට එකක් විශාල කාසි ගොඩක්ද ඔහු ඒවා රාජකීය භාණ්ඩාගාරයෙන් ගෙනෙන හැටිද තෙරෙන්සියුස්ට මැවී පෙනිණ.

''අධිරාජයාණෙනි! මම එයට එකඟයි. ඔබේ තෑග්ග ඇත්ත වශයෙන්ම ඉතාමත් අගෙයි'' ඔහු සතුටින් කීවේය.

III

තෙරෙන්සියුස් සෑමදම රාජකීය භාණ්ඩාගාරයට ඒම ආරම්භ විය. එය පිහිටා තිබුණේ අධිරාජයාගේ අමුත්තන් පිළිගන්නා ශාලාව කිට්ටුවමය. පළමුවැනි කාසිය රැගෙන ඒම තෙරෙන්සියුස්ට අමාරු කාරියක් නොවීය.

පළමුවැනි දිනයේ බ්‍රාස් එකක් වටිනා කාසියක් ඔහු ගෙනාවේය. එය ග්‍රෑම් 5 ක් බරැති මි. මී. 21 විෂ්කම්භයක් ඇති කුඩා කාසියකි.*

දෙවැනි, තුන්වැනි, සතරවැනි, පස්වැනි හා සයවැනි දිනවලද දෙගුණයක්, හතරගුණයක්, අටගුණයක්, 16 ගුණයක්, 32 ගුණයක් බරැති කාසි ගෙනඒම සේනාපතියාට එතරම් අසීරු නොවීය.

හත්වැනි කාසියේ බර ග්‍රෑම් 320 ක් විය. විෂ්කම්භය සෙ. මී. 8.4 කි (හරියටම මි. මී. 84).

අටවැනි දිනයේදී තෙරෙන්සියුස් බ්‍රාස් 128 කට සමාන කාසියක් ගෙන ගියේය. එහි බර ග්‍රෑම් 640 ක් වූ අතර විෂ්කම්භය සෙ. මී. 10.5 ක් පමණ විය.

නවවැනි දිනයේදී තෙරෙන්සියුස් බ්‍රාස් 256 ක වටිනාකමක් ඇති කාසියක් ගෙනාවේය. එහි විෂ්කම්භය සෙ. මී. 13 කි. බර කි. ග්‍රෑ. $1^{1}/_{4}$ ට වැඩි විය.

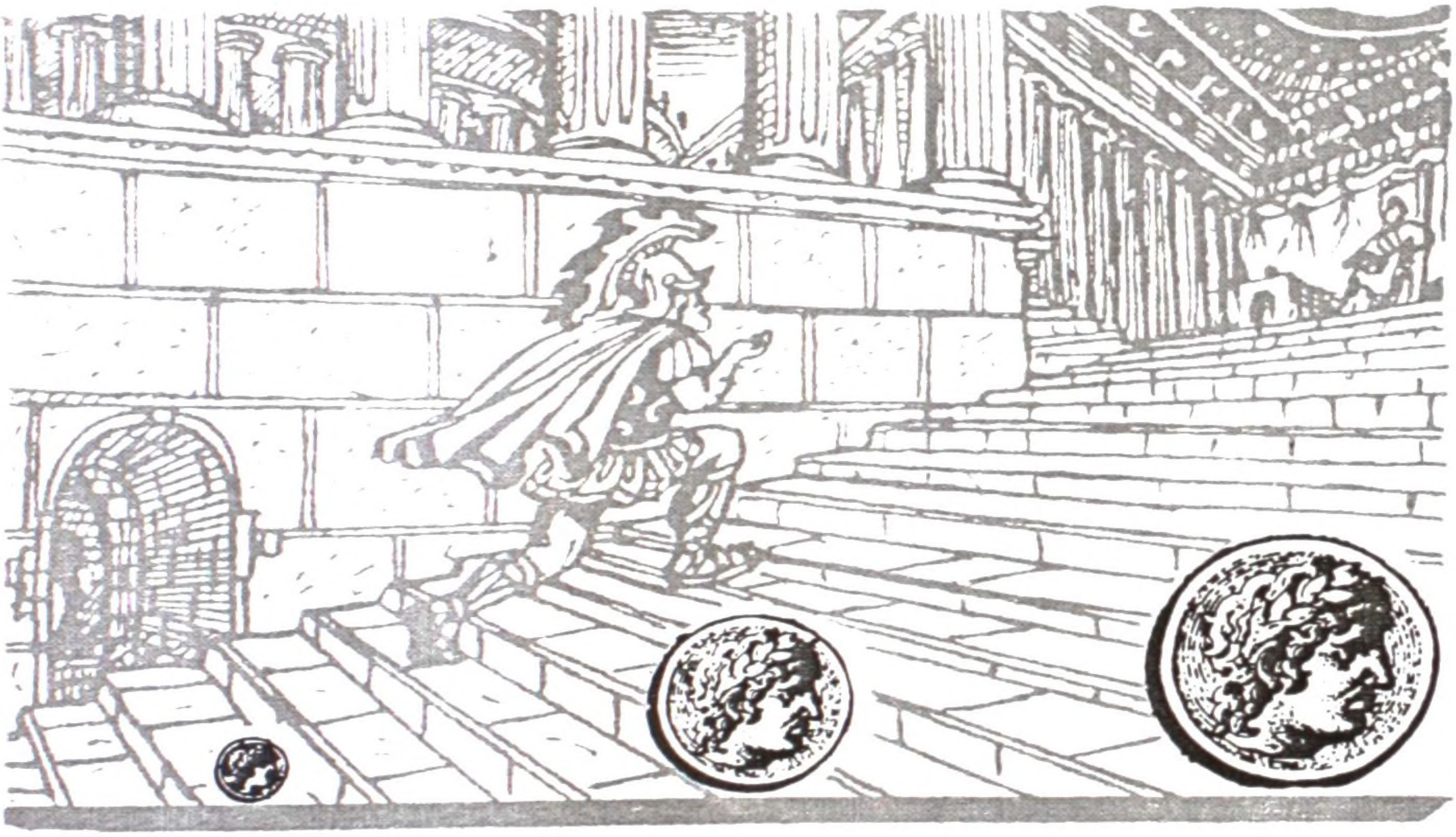
දොළොස් වැනි දවස වන විට කාසියේ විෂ්කම්භය සෙ. මී. 27 ක් වූ අතර බර කි. ග්‍රෑ. $10^{1}/_{4}$ ක් විය.

සේනාධිපතියාට මෙතෙක් හිතවත්කමක් දැක්වූ අධිරාජයා තම ජයග්‍රහණය විවෘතවම පෙන්වීමට පටන් ගත්තේය. දොළොස් වතාවක් භාණ්ඩාගාරයෙන් මුදල් ගෙන ආ නමුත් මෙතෙක් පිටවී ඇත්තේ තඹ කාසි 2000 ක් පමණකි.

දහතුන්වැනි දිනයේදී වීර තෙරෙන්සියුස් කාසි 4,096 ක් වටිනා කාසියක් ගෙනාවේය. එහි විෂ්කම්භය සෙ. මී. 34 ක් වූ අතර බර කි. ග්‍රෑ. $20^{1}/_{2}$ ක් විය.

---

* ශත පහේ කාසියකට වඩා තරමක් විශාලය. — අනුවාදක



චිත්‍රය 38. පළමුවැනි කාසිය.

චිත්‍රය 39. හත්වැනි කාසිය.

චිත්‍රය 40. නවවැනි කාසිය.

දහහතරවැනි දිනයේදී තෙරෙන්සියුස් විෂ්කම්භය සෙ. මී. 42 ක් හා බර කි. ග්‍රෑ. 41 ක් වූ කාසියක් භාණ්ඩාගාරයෙන් ගෙනාවේය.

''වීර තෙරෙන්සියුස්, නුඹ තවම මහන්සි වුණේ නැද්ද?'' සිනහව මැඩපවත්වා ගනිමින් අධිරාජයා ප්‍රශ්න කළේය.

''නැහැ, මගේ අධිරාජයාණෙනි.'' නලලේ ඩහදිය පිසදමමින් තෙරෙන්සියුස් උත්තර දුන්නේය.

පහළොස්වැනි දිනය ළඟා විය. තෙරෙන්සියුස් බ්‍රාස් 16,384 ක් වටිනාකමක් ඇති මහා කාසිය අධිරාජයා වෙත අමාරුවෙන් ගෙනාවේය. එහි විෂ්කම්භය සෙ. මී. 53 ක් වූ අතර බර කි. ග්‍රෑ. 80 කි.

දහසයවැනි දිනයේදී සෙන්පතියා කාසිය උරහිස් මත තබා අමාරුවෙන් අධිරාජයා වෙත ආවේය. එම කාසිය බ්‍රාස් 32,768 වටිනා කාසිවලින් තැනුවකි. එහි බර කි. ග්‍රෑ. 164 ක් වූ අතර විෂ්කම්භය සෙ. මී. 67 ක් විය.

සෙන්පතියා බොහෝ මහන්සි වී සිටියේය. අමාරුවෙන් හති ලැවේය. අධිරාජයාට සිනහ පහළ විය...

ඊ ළඟ දිනයේදී තෙරෙන්සියුස් අධිරාජයාගේ මාලිගාවට පැමිණි විට සියළු දෙනාම කොක්හඩ ලා සිනාසී ඔහු පිළිගත්හ. තම කාසිය තෙරෙන්සියුස්ට උසුලාගෙන ඒමට නොහැකි විය. ඔහු එය රොදයක් මෙන් පෙරළා

චිත්‍රය 41. එකොළොස්වැනි කාසිය.

චිත්‍රය 42. දහතුන්වැනි කාසිය.

චිත්‍රය 43. පහළොස්වැනි කාසිය.

ගෙන ආවේය. කාසියේ විෂ්කම්භය සෙ. මී. 84 ක් වූ අතර බර කි. ග්‍රෑ. 328 ක් විය. කාසි 65,536 ක බරට එහි බර සමාන විය.

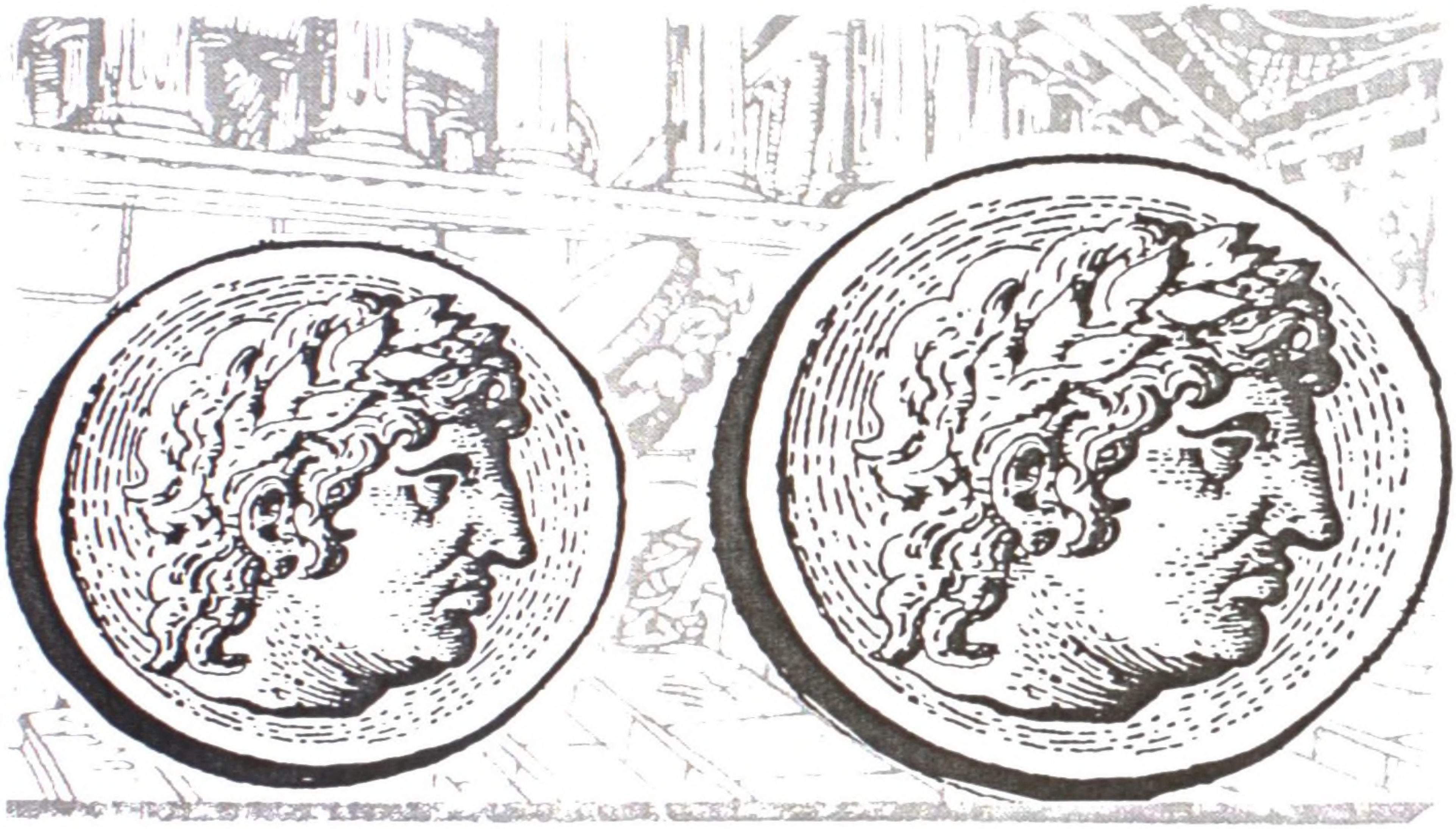
දහඅටවැනි දිනය තෙරෙන්සියුස් ධනවත් වීමේ අවසාන දිනය විය. එදින ඔහුගේ භාණ්ඩාගාර ගමනද එහි සිට කාසි අධිරාජයාගේ මාලිගාවට ගෙනඒමද අවසාන විය. අවසාන වශයෙන් බ්‍රාස් කාසි 1,31,072 කට සමාන කාසියක් ඔහු භාණ්ඩාගාරයෙන් ගෙනාවේය. එහි විෂ්කම්භය මීටරයකට වඩා වැඩි වූ අතර බර කි. ග්‍රෑ. 655 කි. තම හෙල්ලය ලීවරයක් ලෙස පාවිච්චි කරමින් ඉතාමත් අමාරුවෙන් තෙරෙන්සියුස් එය අධිරාජයාගේ මාලිගාවට පෙරළාගෙන ආවේය. මහා හඬක් නගමින් කාසිය අධිරාජයා-ගේ දෙපා මුල පතිත විය.

තෙරෙන්සියුස්ගේ ශක්තිය සිඳීගොසිනි.

''ඒ ඇති. ඊට වඩා මට බැහැ.'' ඔහු කෙඳුරුවේය.

තම කපටිකම ජයගත් බව දුටු අධිරාජයා සතුට පළ කරන සිනාව අමාරුවෙන් යටපත් කරගත්තේය. ඔහු ගෙනා කාසිවල වටිනාකමට සරිලන මුදල කොපමණදැයි ගණන් බලන ලෙස අධිරාජයා භාණ්ඩාගාර නිලධාරීන්ට නියම කළේය.

භාණ්ඩාගාර නිලධාරීහු රජතුමාට වටිනාකම දන්වා සිටියහ.



චිත්‍රය 44.   දහයය වැනි කාසිය.
චිත්‍රය 45.   දහහත්වැනි කාසිය.

චිත්‍රය 46.   දහඅටවැනි කාසිය.

''අධිරාජයානෙනි, ඔබතුමාගේ ත්‍යාගශීලී භාවයට පිංසිදු වන්නට ජයග්‍රාහී රණකාමී තෙරෙන්සියුස් බ්‍රාස් 2,62,143 ක් ලබා ගත්තා.''

ඒ අනුව සෙන් පතියා ඉල්ලූ දිනාරි ලක්ෂ දහය මෙන් 20 ගුණයක් අඩුවෙන් අධිරාජයා ඔහුට ගෙව්වේය.

* * *

භාණ්ඩාගාරයෙන් ගෙවූ මුදලෙහි නිවැරදිතාවය සොයා බලමු:

1	වැනි	දිනය . .	බ්‍රාස්	1	බර ග්‍රෑ.	5
2	“	“ . .	“	2	“	10
3	“	“ . .	“	4	“	20
4	“	“ . .	“	8	“	40
5	“	“ . .	“	16	“	80
6	“	“ . .	“	32	“	160
7	“	“ . .	“	64	“	320
8	“	“ . .	“	128	“	640
9	“	“ . .	“	256	“	1,280
10	“	“ . .	“	512	“	2,560
11	“	“ . .	“	1024	“	5,120
12	“	“ . .	“	2048	“	10,240
13	“	“ . .	“	4096	“	20,480
14	“	“ . .	“	8192	“	40,960
15	“	“ . .	“	16384	“	81,920
16	“	“ . .	“	32768	“	1,63,840
17	“	“ . .	“	65536	“	3,27,680
18	“	“ . .	“	131072	“	6,55,360

මෙවැනි ශ්‍රේණියක සංඛ්‍යාවල එකතුව සොයන ක්‍රමය අපි දනිමු. 89-90 වැනි පිටුවල පෙන්වා ඇති ක්‍රමය අනුව එය සොයාගත හැකිය. එම ශ්‍රේණියේ එකතුව 2,62,143 කි. තෙරෙන්සියුස් අධිරාජයාගෙන් දිනාරි දශ ලක්ෂයක්, එනම් බ්‍රාස් 50,00,000 ඉල්ලුවේය. එහෙත් ඔහුට ලැබුණේ ඉල්ලූ ප්‍රමාණයට වඩා ඉතාමත් අඩුවෙනි.

50,00,000 : 2,62,143 $\approx$ 19 ගුණයක් අඩුවෙනි.

53. වෙස් දම් ලැල්ල පිළිබඳ පුරාවෘතය

වෙස් දම් ඇදීම පුරාණයේ සිට පැවත එන ක්‍රීඩාවකි. එසේම සත්‍යතාවය සොයා බලා නැති පුරාවෘත මෙතෙක් කල් වෙස් දම් ක්‍රීඩාව සමඟ පැවැත ඒම පුදුමයට කාරණයක්ද නොවේ.

එවැනි පුරාවෘතයක් අපි දැන් විස්තර කරමු. එය තේරුම් ගැනීම සඳහා චෙස් දම් ක්‍රීඩාව පිළිබඳ දැනීමක් අවශ්‍ය නැත: එම ක්‍රීඩාව කරන්නේ සුදු පාට හා කළු පාට කොටු 64 ක් ඇති දම් ලෑල්ලක් මත බව දැනගැනීම පමණක් සෑහේ.

I

චෙස් දම් ක්‍රීඩාව ප්‍රථමයෙන්ම සොයාගන්නා ලද්දේ ඉන්දියාවෙහිය. ඉන්දියානු මහා රාජා ශ්‍රීරාම් මෙම ක්‍රීඩාව ඉගෙන ගත් විට එහි විවිධ පිහිටීම් හා බුද්ධිමත් ක්‍රීඩා ක්‍රමය පිළිබඳ ඔහු මහත් පුදුමයට පත් විය.

මෙම ක්‍රීඩාව සොයා ගන්නා ලද්දේ තම යටත් පුරවැසියෙක් බව දැනගත් මහා රාජා මෙම සාර්ථක නිර්මාණය සඳහා තම අතින්ම පුද පඩුරු දීමට ඔහු රජමාලිගයට කැඳවූවේය. සේෂ නමින් හැඳින්වූ එම තැනැත්තා රාජ මාලිගාවට පැමිණියේය. ඔහු චාම් ලෙස හැඳ සිටි පඩිවරයෙකි. හෙතෙම තම ජීවිකාව ගෙන ගියේ ගෝලයින්ගෙන් ලැබුණු ගුරු පඩුරු වලිනි.

''සේෂ ඔබ සොයාගත් ක්‍රීඩාව සඳහා ඔබට පඩුරු සම්මාන දීමට මම කැමතියි'' මහා රාජා කීවේය.

පඩිවරයා රජතුමාට හිස නමා ආචාර කළේය.

''ඔබේ ඕනෑම ඉල්ලීමක් ඉටුකිරීමට තරම් මා ළඟ සම්පත් තියෙනවා. ඔබ කැමැති තෑග්ගක් කියන්න. ඔබට ලබා ගන්න පුළුවනි.'' රජතුමා නැවතත් පැවසුවේය.

සේෂ නිශ්ශබ්දව සිටියේය.

''බිය නොවන්න. ඔබේ කැමැත්ත දන්වන්න. එය මම නොවලහා ඉටු කරන්නම්.'' මහා රාජා ඔහුව කුළුගැන්වූයේය.

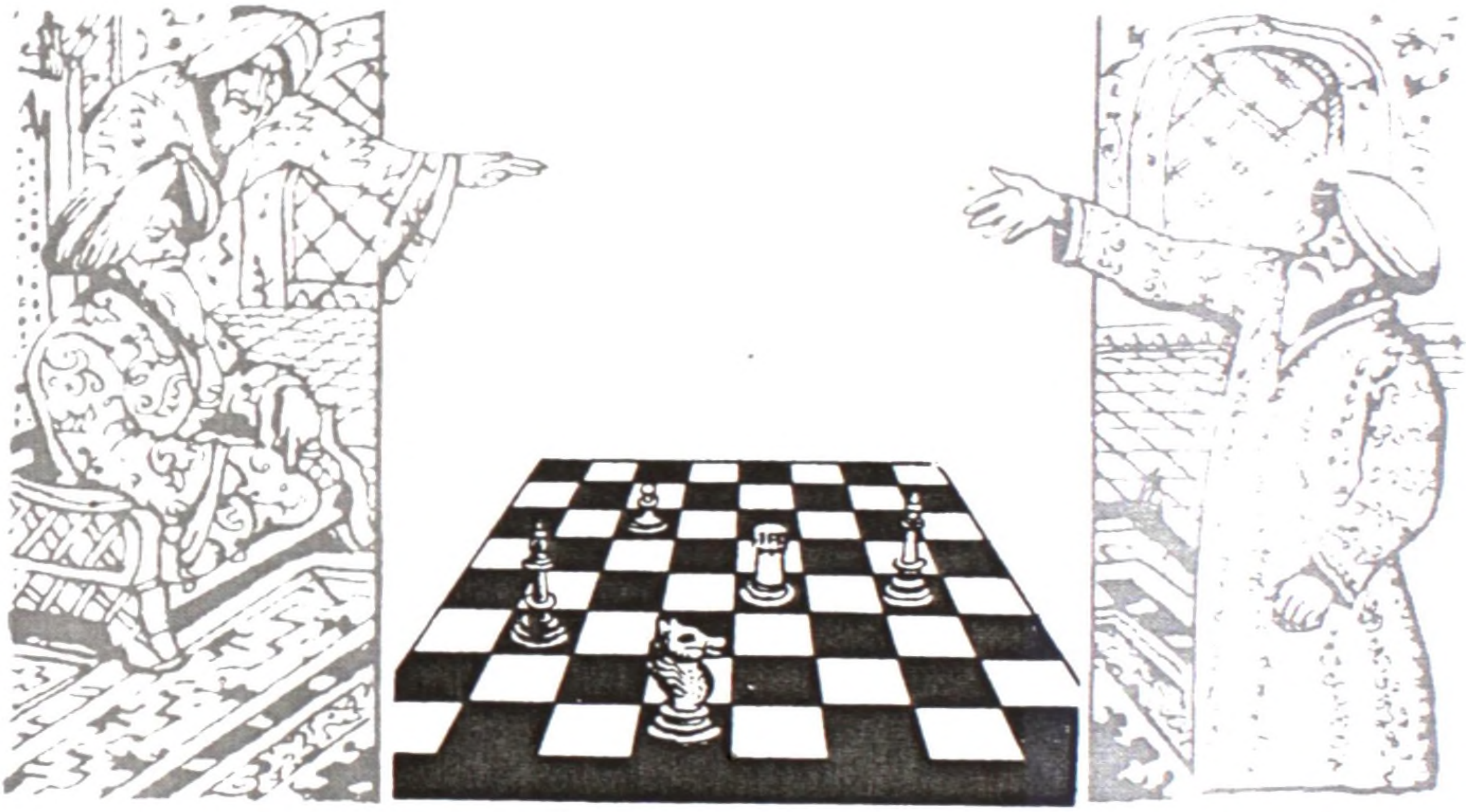
''ඔබ ඉතා කරුණාවන්තයි මහ රජ තුමානෙනි. මට කල්පනා කිරීමට කාලය අවශ්‍යයි. හෙට මගේ ඉල්ලීම ඔබට දන්වනම්.''

පසු දින සේෂ සිංහාසනාගාරයට පැමිණ තම නිහතමානී ඉල්ලීමෙන් මහා රාජා පුදුමයට පත් කළේය.

''මහා රජතුමනි! දම් ලෑල්ලේ පළමුවැනි කොටුව සඳහා එක තිරිඟු ධාන්‍ය ඇටයක් දෙන්න නියම කරන්න.'' සේෂ පඩිවරයා තම ඉල්ලීම ඉදිරිපත් කළේය.

''නිකම්ම තිරිඟු ධාන්‍ය ඇටයක්'' රජතුමා පුදුමයෙන් ප්‍රශ්න කළේය.

''එසේය මහ රජතුමනි. දෙවැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට 2, තුන්වැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට 4, හතරවැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට 8, පස්වැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට 16, හයවැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට 32...''



චිත්‍රය 47. ''දෙවැනි කොටුව සඳහා ධාන්‍ය ඇට දෙකක් දෙන්න.''

''නවතිනු'' රජතුමා කෝපයෙන් අණ කළේය. ''ඔබේ ඉල්ලීමට එකඟව සෑම දෙවැනි කොටුවටම පළමුවැනි කොටුවට මෙන් දෙගුණයක් වශයෙන් දම් ලෑල්ලේ කොටු 64 ටම ධාන්‍ය ඔබට ලැබෙයි. එහෙත් ඔබේ ඉල්ලීම මගේ ත්‍යාගශීලීකමට තරම් නොවෙයි. මෙවැනි සුළු තෑග්ගක් ඉල්ලීමෙන් ඔබ මගේ කරුණාවන්ත භාවය නොසලකා හැරියා. ආචාර්ය වරයෙකු වශයෙන් ඔබේ මහරජතුමාගේ ත්‍යාගශීලී භාවය පෙන්නුම් කිරීමට වඩා හොඳ නිදර්ශනයක් දෙන්න ඔබට පුළුවන්කම තිබුණා. යන්න! මගේ රාජ පුරුෂයෝ ඔබේ ධාන්‍ය මල්ල ගෙනවිත් දෙනවා ඇති.''

සිනාවකින් මුව සරසා ගත් සේෂ පඩිවරයා සිංහාසනාගාරයෙන් පිටව වාසල් දෙරකඩ රාජ පුරුෂයන් බලාපොරොත්තුවෙන් සිටියේය.

II

දවල් භෝජනය අවස්ථාවේ වෙස් දම් ක්‍රීඩාව නිර්මාණය කළ පඩිවරයා ගැන රජතුමාට මතක් විය. සේෂගේ දුප්පත් තෑග්ග ඔහුට ලැබුණේදැයි දැන ගැනීමට ඔහු දූතයෙකු ධාන්‍යාගාරයට පිටත් කළේය.

''මහරජතුමනි! ඔබේ නියෝගයට අනුව කටයුතු සිදුවෙනවා. රාජකීය ගණිතඥයෝ අවශ්‍ය ධාන්‍ය ඇට ගණන්කරමින් සිටිනවා.'' දූතයා පිළිතුරු දුන්නේය.

මහා රාජා නළල රැලි ගන්වා කල්පනාවට වැටුණේය. තම නියෝග ඉටුකිරීම පමාකිරීම ඔහු නොඉවසුවේය.

රාත්‍රී නින්දට යෑමට පෙර මහා රාජා නැවත වරක් සේෂ තම ධාන්‍ය මල්ල රැගෙන රජවාසලින් පිටවූයේදැයි විමසා බැලුවේය.

''මහරජතුමනි! ඔබ තුමාගේ ගණිතඥයෝ මහන්සි නොබලා ධාන්‍ය ගණන් කරනවා. හෙට ඉර පායන්න ප්‍රථම ගණන් කිරීම ඉවර වෙනවා.

''මොකද ප්‍රමාද කරන්නේ?'' මහා රාජා කෝපයෙන් කෑගැසීය. හෙට මම අවදිවෙන්න ප්‍රථම අන්තිම ධාන්‍ය ඇටය දක්වා ගණන්කර සේෂට දිය යුතුයි. මම දෙවරක් අණ කරන්නේ නැහැ.''

පසුදින උදෑසන නායක රාජකීය ගණිතඥයා රජතුමා බැහැදැකීමට කැමති බව දන්වා සිටියේය.

ඔහු කැඳවාගෙන එන ලෙස රජතුමා අණකළේය.

''පළමුවෙන් ඔබේ කටයුත්ත හමාරකළාදැයි කියන්න.'' රජතුමා නියෝග කළේය. ''සේෂ ඉල්ලා සිටි සුළු තෑග්ග දුන්නාදැයි දැනගන්ට මම කැමතියි.''

''ඒ සඳහා තමයි මම මෙපමණ උදෑසනින් ඔබ තුමා බැහැදැකීමට තරම් නිර්භය වූයේ'' මහල්ලා පිළිතුරු දුන්නේය. ''සේෂ ලබාගන්න කැමති ධාන්‍ය ගණන අපි ගණන් බැලුවා. ගණන අති විශාලයි...''

''කොපමණ විශාල වුවත් මගේ ධාන්‍යාගාර හිස් වෙන්නේ නැහැ. පොරොන්දු වූ තෑග්ග දිය යුතුයි.'' රජතුමා ගණිතඥයා වැලැකුවේය.

''එවැනි ඉල්ලීමක් ඉටුකිරීමට තරම් ඔබ තුමාට ශක්තියක් නැහැ. ඔබේ සියළුම ධාන්‍යාගාරවලවත් සේෂ ඉල්ලූ තරම් ධාන්‍ය නැත. මුළු රාජධානියේම ධාන්‍යාගාරවලවත් එතරම් සංඛ්‍යාවක් ධාන්‍ය නැත. මුළු ලෝකයෙම ධාන්‍යගාරවලවත් එපමණ සංඛ්‍යාවක් ධාන්‍ය නැත. සේෂ ඉල්ලූ ධාන්‍ය ඇට සංඛ්‍යාව දීමට ඔබ තුමා කැමති නම් මුළු ලෝකයම කුඹුරු කිරීමටත්, මුහුදු හා සාගර ගොඩ කිරීමටත් හිම කඳු අයිස් කඳු දියකිරීමටත් අණ කරන්න. ඒ සියළුම තැන්වල ධාන්‍ය වපුරන්න අණ කරන්න. එම කුඹුරුවලින් ලැබෙන ධාන්‍ය සේෂට දීමට අණකරන්න. එවිට ඔහු ඉල්ලූ තෑග්ග ලැබෙනු ඇත.''

නායක ගණිතඥයාගේ කතාවට රජතුමා පුදුමයෙන් කන් දුන්නේය.

''ඒ පුදුමාකාර සංඛ්‍යාව කුමක්ද?'' රජතුමා කල්පනා කරමින් ප්‍රශ්න කළේය.

''1, 84, 467, 44, 07, 370, 95, 51, 615!''

පුරාවෘතය එයයි. මෙම කතාව සත්‍යයක්දැයි අපි නොදනිමු. එහෙත් පුරාවෘතයේ එන තෑගි පඩුර එම සංඛ්‍යාවට සමානය. එය සත්‍ය බැව් අපට එය විසඳීමෙන් බලාගත හැක..

එකෙන් පටන්ගෙන සංඛ්‍යා 1, 2, 4, 8, 16 ආදී වශයෙන් එකතු කළ යුතුය.63කොටුව සඳහා ලැබෙන ප්‍රතිඵලයේ වැනි දෙගුණය දම් ලැල්ලේ 64 වැනි කොටුව සඳහා පඬිවරයාට ගෙවිය යුතු ධාන්‍ය සංඛ්‍යාව පෙන්නුම් කරයි. 89-90 වැනි පිටුවල විස්තර කර ඇති පරිදි අවසාන සංඛ්‍යාව දෙගුණ කර එකක් අඩු කිරීමෙන් ලෙහෙසියෙන්ම අපට ධාන්‍ය සංඛ්‍යාවේ එකතුව සොයාගත හැකිය. ඒ අනුව සංඛ්‍යාව ගණනය කළ යුත්තේ දෙකේ අංකය 64 වාරයක් නැවත ගුණ කිරීමෙනි.

$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ ආදී වශයෙන් (64 වාරයක්)

විසඳුම ලිහිල් කිරීම සඳහා එම ගුණකයන් 64, දෙකේ 10 ගුණක කොටස් 6 බැගින්ද 4 ගුණක කොටස බැගින්ද වෙන්කර ගනිමු. දෙකේ දහවැනි ගුණය 1,024 බව හා දෙකේ හතර ගුණය 16 බව අපි දනිමු. එම නිසා අවසාන විසඳුම පහත ආකාර විය යුතුය

$$1{,}024 \times 1{,}024 \times 1{,}024 \times 1{,}024 \times 1{,}024 \times 1{,}024 \times 16$$
$$1{,}024 \times 1{,}024 = 10{,}48{,}576.$$

එම නිසා

$$10{,}48{,}576 \times 10{,}48{,}576 \times 10{,}48{,}576 \times 16$$

මෙහි ප්‍රතිඵලයෙන් එකක් අඩු කළ විට අපට අවශ්‍ය විසඳුම ලැබේ:

1, 84, 467, 44, 07, 370, 95, 51, 615.

මෙම සංඛ්‍යාවේ විශාලත්වය සිතා ගැනීමට අවශ්‍ය නම් මෙවැනි ධාන්‍ය ප්‍රමාණයක් රැස් කිරීම සඳහා අවශ්‍ය ධාන්‍යාගාරයේ විශාලත්වය සොයා බලමු. එක ඝන මීටරයක් පිරවීමට තිරිඟු ඇට ලක්ෂ 150 ක් පමණ අවශ්‍ය බව අපි දනිමු. ඒ අනුව සේෂගේ තෑග්ග රැස්කිරීම සඳහා ඝන මීටර 12,00,000,00,00,000 ක එනම් ඝන කිලෝමීටර 12,000 ඉඩ ප්‍රමාණයක් අවශ්‍යය ය. මීටර 4 උස සහ මීටර 10 පළළ කිලෝමීටර 30,00,00,000 දිග, එනම් පෘථිවියේ සිට සූර්යයාට ඇති දුර ප්‍රමාණය මෙන් දෙගුණයක් දිග ධාන්‍යාගාරයක් ඒ සඳහා අවශ්‍ය ය...

ඉන්දියානු මහා රාජාගේ ධාන්‍යාගාරවල ඇති ධාන්‍ය එවැනි තෑග්ගක් දීම සඳහා ප්‍රමාණවත් නොවීය. එහෙත් ඔහු, ගණිතය පිළිබඳ දැනුමක් ලබා තිබුණේ නම් එවැනි තෑග්ගක් දීමෙන් නිදහස් වීමට ඉඩ තිබිණි. ඒ

සඳහා ඔහු කළ යුතුව ඇත්තේ ශේෂ පඩිවරයාටම තමන්ට හිමි ධාන්‍ය ඇට ප්‍රමාණය ගණන් කිරීමට නියෝග කිරීම පමණකි.

ඇත්ත වශයෙන් මළුක තත්පරයකට එක ධාන්‍ය ඇටය බැගින් ශේෂා ගණන් කිරීමට පටන්ගත්තේ නම් දිවා රාත්‍රී දෙකේම නොකඩවා ගණන් කළත් ඔහුට ගැණීමට හැකිවන්නේ ධාන්‍ය ඇට 86, 400 කි. ධාන්‍ය ඇට ලක්ෂ දහයක් නොකඩවා ගණන් කිරීමට දින 10 ක් අවශ්‍යය. ධාන්‍ය එක් ඝන මීටරයක් ගණන් කිරීමට මාස 6 ක් ඔහුට ගත වේ. එයින් ඔහුට ලැබෙන්නේ කාර්තු 5 ක් පමණකි. අවුරුදු 10 ක් නොකඩවා ගණන් කළ-හොත් ඔහුට ලබාගත හැක්කේ කාර්තු 100 ක් පමණි. තම ජීවිතයේ ඉතිරි කාලය ධාන්‍ය ගණන් කිරීම සඳහා වැය කළත් ඔහුට ලබාගත හැක්කේ ඉල්ලුම් කරන ලද ප්‍රමාණයෙන් ඉතා සුළු කොටසකි.

54. සීඝ්‍ර ප්‍රජනනය

පැසුණු පොපි ගෙඩිය තුළ බීජ ඇට දහස් ගණක් ඇත. ඒ සෑම බීජ ඇටයකින්ම පොපි පැලයක් පැලකරගත හැකිය. බීජ ඇට සියල්ලම පැලවුවහොත් පැල කොපමණ ලැබේද? එය දැන ගැනීමට නම් පොපි ගෙඩිය තුළ ඇති බීජ ඇට සංඛ්‍යාව ගණන් කළ යුතුය. එය වෙහෙසකාරී කටයුත්තකි. එහෙත් ප්‍රතිඵල සිත්ගන්නා සුලුය. එම නිසා ඉවසිලිවන්ත ලෙස අවසානය දක්වා බීජ ගණන් කිරීම කළ යුතුය. එක් පොපි ගෙඩියක් තුළ බීජ ඇට 3,000 ක් පමණ ඇති බව ගණන් බලා තිබේ.

එයින් ඇති ප්‍රතිඵලය කුමක්ද? පැලෑටිය වටා ඇති පොළවේ පස සාර-වත් නම් පොපි ගෙඩියෙන් වැටෙන සෑම බීජයකින්ම පැලෑටියක් වැඩේ. ඊ ළඟ අවුරුද්දේ එම ස්ථානයේ පැලෑටි 3,000 ක් ඇති පොපි හේනක් අපට ලැබේ.

ඊ ළඟට සිදුවන්නේ කුමක්දැයි අපි බලමු. ඒ සෑම පැලෑටියකින්ම එක පොපි ගෙඩිය බැගින් ලැබේ (සමහර විට එකකට වැඩි සංඛ්‍යාවක්ද ලැබේ). ඒ සෑම පොපි ගෙඩියකම බීජ ඇට 3,000 ක් ඇත. ඒ සෑම පොපි ගෙඩියකම ඇති බීජ ඉයිමෙන් පැල 3,000 බැගින් ලැබේ. ඒ අනුව දෙවැනි අවුරුද්දේදී ලැබෙන ප්‍රමාණය

$$3,000 \times 3,000 = 90,00,000$$

අඩු නොවේ.

තුන්වැනි අවුරුද්දේදී අපේ පොපි ගෙඩියෙන් ලැබෙන පැලෑටි ප්‍රමාණය ගණනය කිරීම අපහසු නැත.

$$90,00,000 \times 3,000 = 2,700,00,00,000.$$

හතරවැනි අවුරුද්දේ

$$2,700,00,00,000 \times 3,000 = 81,00,000,00,00,000.$$

චිත්‍රය 48. බුමනියකින් අවුරුදු පතා බීජ 100 ක් බැගින් පමණ ලැබේ.

පස්වැනි අවුරුද්දේ පැලැටි සංඛ්‍යාව

$$81,00,000,00,00,000 \times 3,000 =$$
$$= 2,430,00,00,000,00,00,000.$$

සමාන වන නිසා පොපි වැපිරීම සඳහා මුළු ලෝකයම ප්‍රමාණවත් නොවනු ඇත.

පෘථිවියේ වියලි ගොඩබිමේ වර්ග ප්‍රමාණය වර්ග කිලෝමීටර් 1,35,00,000,000,000 පමණ බව ගණන් බලා තිබේ.

එය පොපි පැල වැඩෙන ප්‍රමාණයට වඩා 2,000 ගුණයක් පමණ අඩුය.

එක් පොපි ගෙඩියකින් ලැබෙන බීජවලින් අවුරුදු 5 ක් ඇතුළත වැඩෙන පැල ප්‍රමාණයෙන් එක වර්ග මීටරයක පැල 2,000 බැගින් මුළු පෘථිවියේ ගොඩබිම් ප්‍රමාණයම වැසියන බව ඔබට දැන් පෙනේ. කුඩා පොපි ගෙඩියක් තුළ සැඟවී ඇත්තේ මෙවැනි යෝධ සංඛ්‍යාවකි.

පොපි ගෙඩියක් සඳහා නොව ඊට අඩු බීජ සංඛ්‍යාවක් ඇති වෙනත් පැලෑටියක් ගෙන බැලුවද අපට එවැනිම නිගමණයකට එළඹිය හැකිය. නමුත් එයින් වැඩෙන පැලෑටිවලින් පෘථිවිය වැසියාමට ගතවන කාලය අවුරුදු 5 ක් නොව ඊට වැඩි කාලයකි. උදහරණයක් ලෙස බුමනියක් (ඩැන්ඩලියන්) මලක් ගනිමු. එම එක මලක බීජ ඇට 100 ක් පමණ* අඩංගු වේ. එම බීජ සියල්ලම පැලවන්නේ නම් පහත ප්‍රතිඵල අපට ලැබේ.

1	වැනි	අවුරුද්ද	පැල	1
2	"	"	"	100
3	"	"	"	10,000
4	"	"	"	10,00,000
5	"	"	"	10,00,00,000
6	"	"	"	1,000,00,00,000
7	"	"	"	1,00,000,00,00,000
8	"	"	"	1,00,00,000,00,00,000
9	"	"	"	100,00,00,000,00,00,000

* වරක් එක් බුමනියක බීජ ඇට 200 ක් පමණ තිබිණි.

එය පෘථිවියේ ගොඩබිමේ වර්ග මීටර ප්‍රමාණයට වඩා 70 ගුණයකින් ඉහළය.

ඒ අනුව නවවැනි අවුරුද්දේදී වර්ග මීටරයට බුමනි පැල 70 බැගින් බුමනි පැලවලින් මුළු පෘථිවි තලයම වැසී යන්නේය.

ස්වභාවධර්මයේදී මෙවැනි පුදුමාකාර සීඝ්‍ර ප්‍රජනනයක් ඇති නොවන්-නේ මන්ද? ඇත්ත වශයෙන්ම බීජ බොහෝ ප්‍රමාණයක් පැල නොවේ: ඒවා සාරවත් පසට නොවැටීමෙන් කුණු වේ, නැතහොත් කුඩා පැල වෙනත් පැලෑටිවලින් වැසිගොස් මැරී යයි. එසේ නැතහොත් තෘණ භක්-ෂික සතුන් විසින් කා දමනු ලැබේ. බීජ හා පැලෑටි මෙසේ විනාශ නොවේ නම් ඉතා කෙටි කාලයකදී අප ග්‍රහයා පැලෑටිවලින් වැසී යනු ඇත.

මෙම සත්‍යය පැලෑටිවලට පමණක් නොව සතුන්ටද බලපායි. සතුන් නොමැරෙන්නේ නම් ඕනෑම සත්ත්ව ජෝඩුවකින් ලැබෙන පරම්පරාවලින් කෙදිනක හෝ ලෝකය පිරී යනු ඇත.

සීඝ්‍ර වර්ධනයට මරණය බාධාවක් නොවූයේ නම් සිදුවන්නේ කුමක්දැයි විශාල අවකාශයක් වසා සිටින පතංග රැලක් සිහියට නැගීමෙන් අපට සිතාගත හැකිය. පෘථිවියේ මුළු ගොඩ බිම ම පාතැබීය නොහැකි තරම් ඝන වනාන්තරවලින් වැසියනු ඇත. කෝටි ගණන් වන සතුන් පාතැබීමට තැනක් සොයමින් පොරකනු ඇත. නැව් ගමනාගමනයට අවහිර වන පරිදි මාළුන්ගෙන් මුහුදු පිරී යනු ඇත. අහස මැසිමදුරුවන්ගෙන් හා පක්ෂීන්ගෙන් වැසී යනු ඇත. උදාහරණයක් ලෙස ගෙමැස්සාගේ ප්‍රජ-ननය වර්ධනය වන ආකාරය සොයා බලමු. එක ගෙමැස්සෙක් බිජු 120 ක් ලන අතර එක් ග්‍රීෂ්ම ඍතුවකදී පරම්පරා 7 ක් උපදින බව සිතමු. එයින් අඩක් ගැහැණු මැස්සෝය. ගණනය පහසුවීම සඳහා අප්‍රියෙල් මස 15 වැනි දින මැස්සා බිජු ලන්නේය යි සිතමු: ගැහැණු මැස්සෙක් දින 20 ක් තුළදී බිජු ලෑමට තරම් වැඩෙන්නේ යයිද සිතමු. එවිට ප්‍රජනනය වීම පහත ආකාරයට සිදුවේ.

අප්‍රියෙල් 15 — ගැහැණු මැස්සා බිජු 120 ලයි. මැයි ආරම්භයේදී — මැසි පැටව් 120 ක් බිහිවෙති. එයින් 60 ක් ගැහැණු මැස්සෝය.

මැයි 5 — සෑම ගැහැණු මැස්සෙක්ම බිජු 120 ක් ලයි. මැයි මස මැදදී මැසි පැටව් $60 \times 120 = 7,200$ ක් බිහිවෙති. එයින් 3,600 ක් ගැහැණු මැස්-සෝය.

මැයි 25 — ගෑනු මැස්සන් 3,600 න් සෑම මැස්සෙක්ම බිජු 120 බැගින් ලයි. ජූනි ආරම්භයේදී $3,600 \times 120 = 4,32,000$ මැස්සෝ බිහිවෙති. ඉන් 2,16,000 ක් ගැහැණු මැස්සෝය.

ජූනි 14 — ගැහැණු මැස්සන් 2,16,000 න් සෑම මැස්සෙක්ම බිජු 120 බැගින් ලයි. ජූනි අවසානයේදී $2,16,000 \times 120 = 2,59,20,000$ මැසි පැටව් බිහිවෙති. ඉන් 129 60,000 ගැහැණු මැස්සෝය.

චිත්‍රය 49. එක් ග්‍රීෂ්ම ඍතුවක් තුළදී එක් ගෙමැස්සකුගෙන් බිහිවන ගෙමැස්සන්ගෙන් පෘථිවියේ සිට යුරේනස් ග්‍රහයාට ඇති දුර ප්‍රමාණය මෙන් දිග රේඛාවක් තැනිය හැකිය.

ජූලි 5 — මැස්සෝ 1,29,60,000 බිජු 120 බැගින් ලති. ඉන් මැස්සෝ 155,52,00,000 පිට වෙති. ඉන් 77,76,00,000 ගැහැණු මැස්සෝය.

ජූලි 25 — මැස්සෝ 9,331,20,00,000 බිහිවෙති. ඉන් 4,665,60,00,000 ගැහැණු මැස්සෝය.

අගෝස්තු 13 — මැස්සෝ 5,59,872,00,00,000 බිහිවෙති. ඉන් 2,79,936,00,00,000 ගැහැණු මැස්සෝය.

සැප්තැම්බර් 1 — මැස්සෝ 3,55,92,320,00,00,000 බිහිවෙති.

එක් ග්‍රීෂ්ම ඍතුවක් තුළදී බාධා රහිත ප්‍රජනනයකදී කොපමණ සංඛ්‍යාවක් මැස්සන් බෝවන්නේදැයි තේරුම්ගැනීම පහසුවීම සඳහා එකා පිටුපස එකා සිටින සේ මෙම මැස්සන් සංඛ්‍යාවෙන් ඍජු රේඛාවක් පිළියෙළ කරමු. මැස්සකුගේ දිග මිලිමීටර 5 ක් වන නිසා මෙම මැස්සන් සංඛ්‍යාවෙන් කිලෝමීටර කෝටි 250 ක් දිග ඍජු රේඛාවක් පිළියෙළ කළ හැකිය. එය පෘථිවියේ සිට සූර්යයාට ඇති දුරප්‍රමාණය මෙන් 18 ගුණයකි (එනම් ඈත අජටාකාශයේ පිහිටි යුරේජනනය ග්‍රහයාට පෘථිවියේ සිට ඇති දුරට සමානය)...

සුදුසු තත්වයන් යටතේදී සතුන් පුදුම සහගත ලෙස ප්‍රජනනය වන සත්‍ය සිද්ධීන් කීපයක් ගෙන බලමු.

මුල් කාලයේදී ඇමෙරිකාවේ ගේ කුරුල්ලෝ නොසිටියහ. අනර්ථකාරී කෘමීන් විනාශකිරීමේ අරමුණ ඇතිව අප එදිනෙද දැක පුරුදු මෙම පක්ෂියා ඇමෙරිකා එක්සත් ජනපදයට ගෙන යන ලදී. පලතුරු වතුවල හා

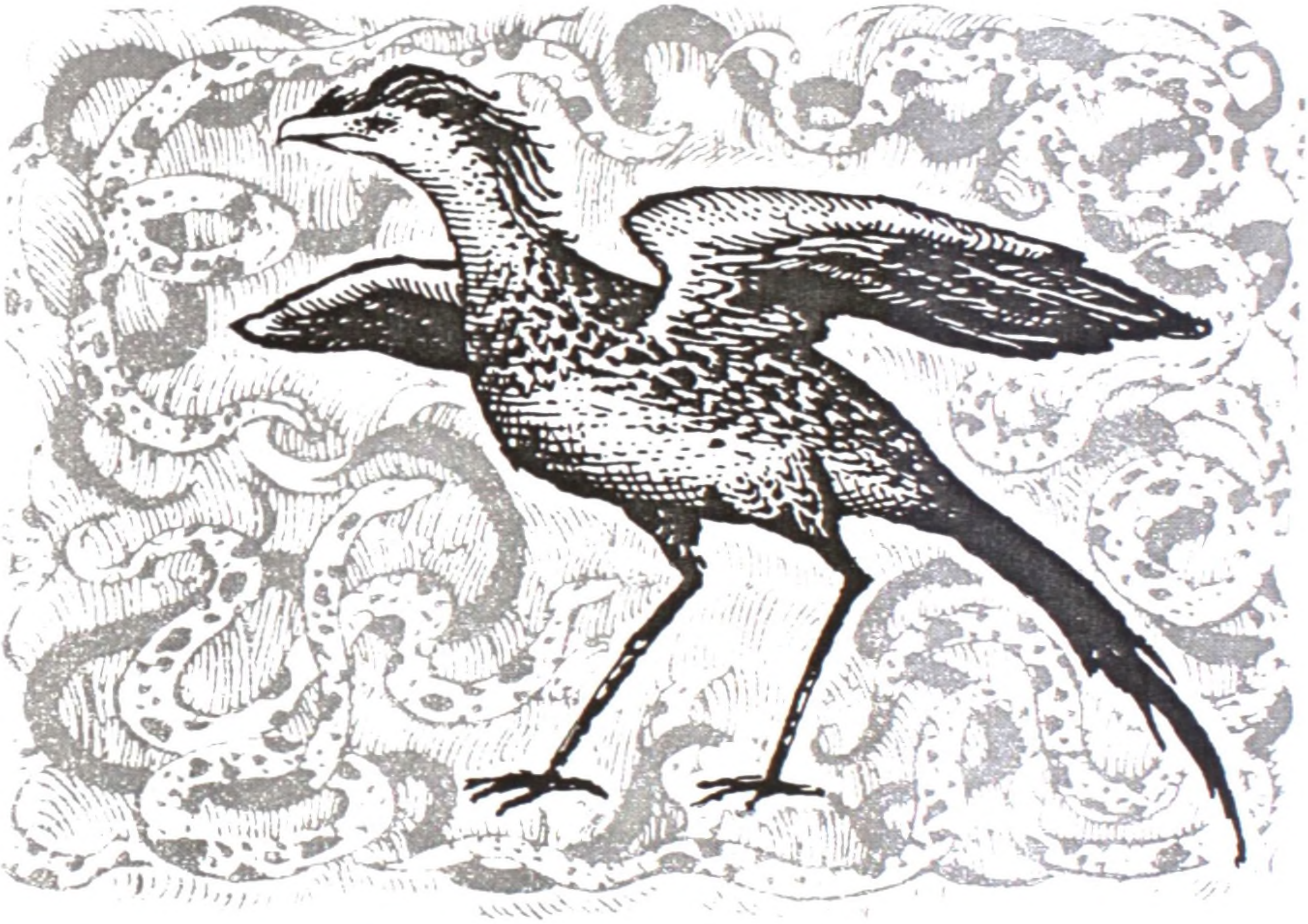
එළවළු කොටුවල සිටින පණුවන් හා මැස්සන් ගිලදැමීම ගේකුරුල්ලන්ගේ සිරිතක් බව අපි දනිමු. ගේ කුරුල්ලන් මරා දමන වෙනත් සතුන් ඇමෙරිකාවේ නොසිටි නිසා ඔවුන්ගේ ප්‍රජනනය සීඝ්‍ර ලෙස සිදුවිය. පක්ෂීන් කොපමණ ප්‍රජනනය වූයේද යත් ආහාර සඳහා පණුවන් හා කෘමීන් හිඟවීම නිසා බෝග පැලෑටි කා දැමීමටද උන් පටන් ගත්හ.* ගේ කුරුල්ලන්ට විරුද්ධව සටන ඇරඹිණ. එම සටන සඳහා ඇමෙරිකානු රජයට කොපමණ වැය වූයේද යත් අනාගතයේදී කිසිම සත්ත්ව වර්ගයක් ඇමෙරිකාවට ගෙනඒම නීතියෙන් තහනම් කෙරිණි.

දෙවැනි නිදර්ශනය. යුරෝපියයන් විසින් ඔස්ට්‍රේලියාව සොයාගන්නා විට එහි හාවෝ නො සිටියහ. ඔස්ට්‍රේලියාවට හාවුන් ගෙන එන ලද්දේ දහඅටවැනි ශත වර්ෂයේ අග භාගයේදිය. හාවුන් මරා කන මෘග සතුන් එහි නොසිටි නිසා උන්ගේ ප්‍රජනනය සීඝ්‍ර ලෙස සිදුවිය. මුළු ඔස්ට්‍රේලියාව පුරාම හාවුන් විශාල ලෙස බෝ විය. උන් කෘෂිකාර්මික බෝග වර්ග විනාශ කිරීමට පටන් ගත්හ. රටේ තත්ත්වය අසීරු විය. බෝග වගාවන්ට හානි පමුණුවන හාවුන් විනාශ කිරීම සඳහා විශාල මුදලක් වැය කිරීමට සිදුවිය. රජය විසින් දරන ලද මහත් පරිශ්‍රමය නිසා මහා විනාශයකින් බේරිණි. පසුව කැලිෆෝර්නියාවේද හාවුන් නිසා එයම සිදුවිය.

තුන්වැනි සිද්ධියට ජෙමෙයිකා දිවයින මුහුණ පෑවේය. එහි විෂකුරු සර්පයින් බහුල ලෙස සිටියහ. සර්පයින් විනාශකර දැමීම සඳහා උන් ගිල දමන ලිහිණියන් දිවයින තුළට ගෙන එන ලදි. සර්පයින් සීඝ්‍ර ලෙස වඳ වූ නමුත් පෙරදී සර්පයින් විසින් ගිලදමන ලද බිම් මීයෝ පුදුම සහගත ලෙස සංඛ්‍යාවෙන් ඉහළ යන්නට පටන් ගත්හ. උක් වගාවට මීයන්ගෙන් සිදුවූ දැරිය නොහැකි හානිය නිසා උන් වඳකිරීමේ ක්‍රමයක් සොයා බැලීමට සිදුවිය. ඉන්දියානු මුගටියා මීයන් මරාදමන බව ප්‍රසිද්ධ කරුණකි. ඉන්දියාවෙන් මුගටීන් ජෝඩු හතරක් ගෙනැවිත් නිදහසේ මුදාහරින ලදි. අළුත් රටේ තත්ත්වයන්ට හැඩගැසුණු මුගටියෝ ටික කලකදී මුළු දිවයින පුරාම බෝ වූහ. අවුරුදු 10 ක් ගතවීමට පෙර දිවයිනේ සිටි මීයන් සම්පූර්ණයෙන්ම මෙන් වඳවිය. එහෙත් එයින් නොනැවතිණ. මීයන් වඳවීමෙන් පසු මුගටීන්ගේ ආහාර හිඟ විය. හමුවන සියළුම සතුන් වෙන පැන මරා කෑමට උන් පටන් ගත්හ. හරක් පැටව්, එළු පැටව්, ඌරු පැටව්, කුකුල්ලු හා කුකුල් බිත්තර සොයා ගම්මාන කරා පැමිණියහ. මුගටීන් බෝවීම තව තවත් වැඩි වූ පසු එළවළු කොටු පලතුරු වතු හා කුඹුරු පවා විනාශ කිරීමට පටන් ගත්හ. නුදුරු අතීතයේදී තමාන්ට උපකාර වූ මුගටීන් විනාශ කිරීමට දිවයින් වැසියෝ පටන් ගත්හ. එහෙත් සුළු ප්‍රමාණකින් පමණක් මුගටීන්ගෙන් වූ හානිය මගහරවා ගැනීමට ඔවුන්ට හැකි විය.

---

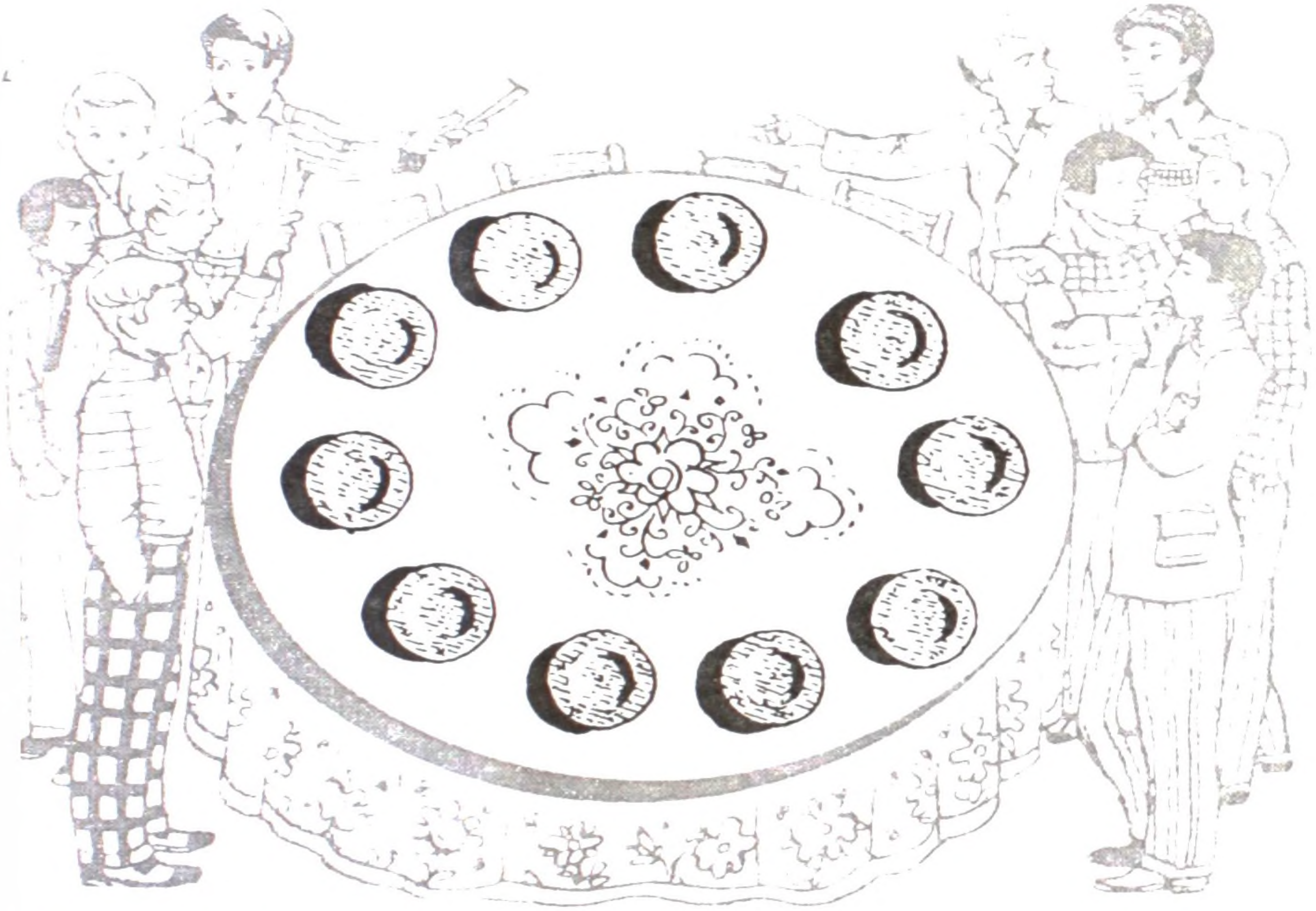
* හවායි දිවයින්වල සිටි කුඩා පක්ෂි වර්ගද ගේ කුරුල්ලන් නිසා වඳ විය.



චිත්‍රය 50. සර්පයින් ගිල දමන ලිහිණියා.

55. නොමිලේ දවල් ආහාරය

තම පැසැල් ජීවිතය අවසාන වීම නිමිත්තෙන් තරුණ ශිෂ්‍යයෝ දස දෙනෙක් දිවා භෝජන සංග්‍රහයක් සංවිධානය කිරීමට තීරණය කළහ. සියලු දෙනාම භෝජනාගාරය තුළ රැස්වූ විට භෝජනාගාර සේවකයා පළමුවන ආහාරය වන සූප් පිඟන් මේසය මත තැබුවේය. එහෙත් මේසයට වාඩිවිය යුත්තේ කොයි ආකාරයටදැයි ශිෂ්‍යයන් අතර වාදයක් පැන නැංගේය. නමේ මුල අකුරු පිළිවෙළට වාඩිවිය යුතු යැයි එකෙක් පැවසීය, වයස අනුව වාඩිවීමට තවකෙක් යෝජනා කළේය, උස අනුව වාඩිවන ලෙස තුන්වැන්නා කීවේය, දක්ෂකම අනුව හොඳ යැයි හතරවැන්නාගේ අදහස විය. වාදය දික්විය. සූප් තැම්බ සීතල විය. එහෙත් එක් ශිෂ්‍යයෙක්වත් මේසයට වාඩි වූයේ නැත. එය දුටු භෝජනාගාර සේවකයා ඔවුන් සමාදාන කර මෙසේ පැවසුවේය.



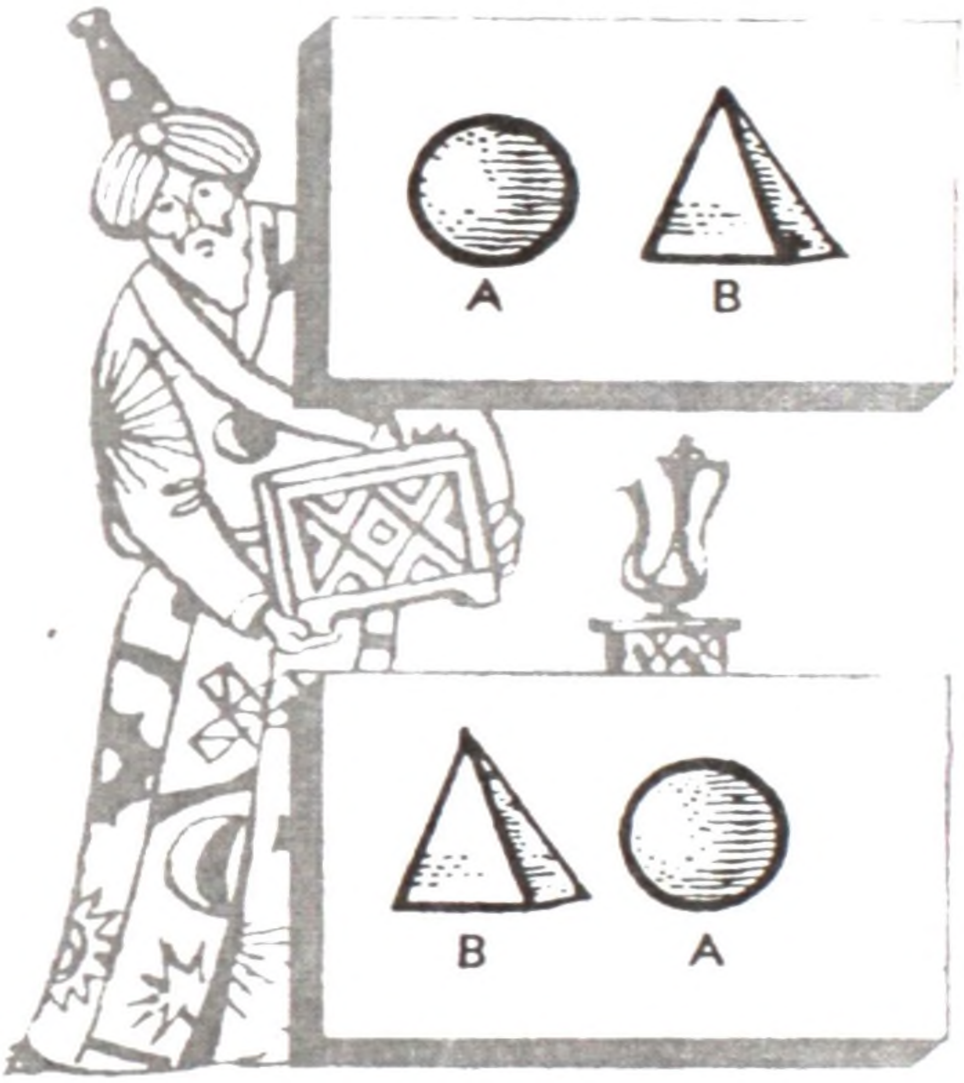
චිත්‍රය 51. ''ළහම ඇති පුටුව ගෙන මේසයට වාඩි වී...''

''තරුණ මිත්‍රයිනි, වාදය නවත්වන්න. සැම දෙනාම ළහම ඇති පුටුව ගෙන මේසයට වාඩි වී මට ඇහුම්කන් දෙන්න.''

සියලු දෙනාම මේසයට වාඩි වූහ. භෝජනාගාර සේවකයා තම කතාව කරගෙන ගියේය:

''ඔබලාගෙන් එක් අයෙක් ඔබලා අද වාඩිවී සිටින අනුපිළිවෙළ සටහන් කර ගන්න. හෙට නැවතත් පැමිණ වෙනත් ආකාරයකට වාඩිවී එයද සටහන් කර ගන්න. අනිද්ද නැවතත් පැමිණ වෙනත් ආකාරයකට වාඩි වී එයද සටහන් කර ගන්න. සියලුම අනුපිළිවෙළවලට ඔබ වාඩි වී ආහාර ගන්නා තුරු සැමදම භෝජනාගාරයට එන්න. එසේ සියලුම ක්‍රම-වලට ඔබ වාඩි වූ පසු නැවත අද වාඩිවී සිටින ආකාරයටම වාඩි වෙන්න. එදින සිට සැමදම ඉතාමත් ප්‍රණීත දවල් ආහාර නොමිලේ සැපයීමට මම පොරොන්දු වෙනව.''

එම යෝජනාවට ශිෂ්‍යයෝ කැමති වූහ. නුදුරු අනාගතයේදීම නොමිලේ දවල් ආහාරය ගැනීම ආරම්භ කිරීම සඳහා වාඩිවීමට හැකි



චිත්‍රය 52. වස්තු දෙකක් තැන් පෙරළුම් කළ හැක්කේ දෙආකාරයකට පමණකි.

සෑම අනුපිළිවෙළකටම මේසයට වාඩිවී එම භෝජනාගාරයෙන් ආහාර ගැනීමට ශිෂ්‍යයෝ තීරණය කළහ.

එහෙත් නොමිලේ ආහාර ලැබෙන දිනයක් ගැන බලාපොරොත්තු තැබිය නොහැකි විය. ඒ භෝජනාගාර සේවකයා තම පොරොන්දුව ඉටුකිරීම ප්‍රතික්ෂේප කළ නිසා නොව, මේසයට වාඩි විය හැකි එවැනි අනුපිළිවෙළවල් සංඛ්‍යාව අතිශයින්ම විශාල නිසාය. එම සංඛ්‍යාව හරියටම 36,28,800 කි. එවැනි දින සංඛ්‍යාවක් අවුරුදු 10 000 ක පමණ සමාන බැව් අපි දනිමු!

මිනිසුන් දස දෙනෙකුට මේසයක් වටා වාඩිවිය හැකි ක්‍රම සංඛ්‍යාව එතරම් විශාල විය නොහැකි යයි සමහර විට ඔබ සිතනවා ඇත. ඔබම ගණනය කර නිවැරැදිතාවය බලන්න.

පළමුවෙන්ම තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව නිර්ණය කිරීමට උගත යුතුය. වස්තු තුනකින් යුත් සරල උදාහරණයක් ගෙන බලමු. එම වස්තු තුන A, B, C යැයි නම් කරමු.

එක වස්තුවක් තවත් වස්තුවක් තුබූ ස්ථානයේ තබමින් තැන් පෙරළුම් කොපමණ සංඛ්‍යාවක් කළ හැකිදැයි අපට දැනගැනීමට අවශ්‍යය. C වස්තුව දැනට ඉවත් කළහොත් තැන් පෙරළුම් ක්‍රම දෙකක් ඇති බව අපට පෙනේ.

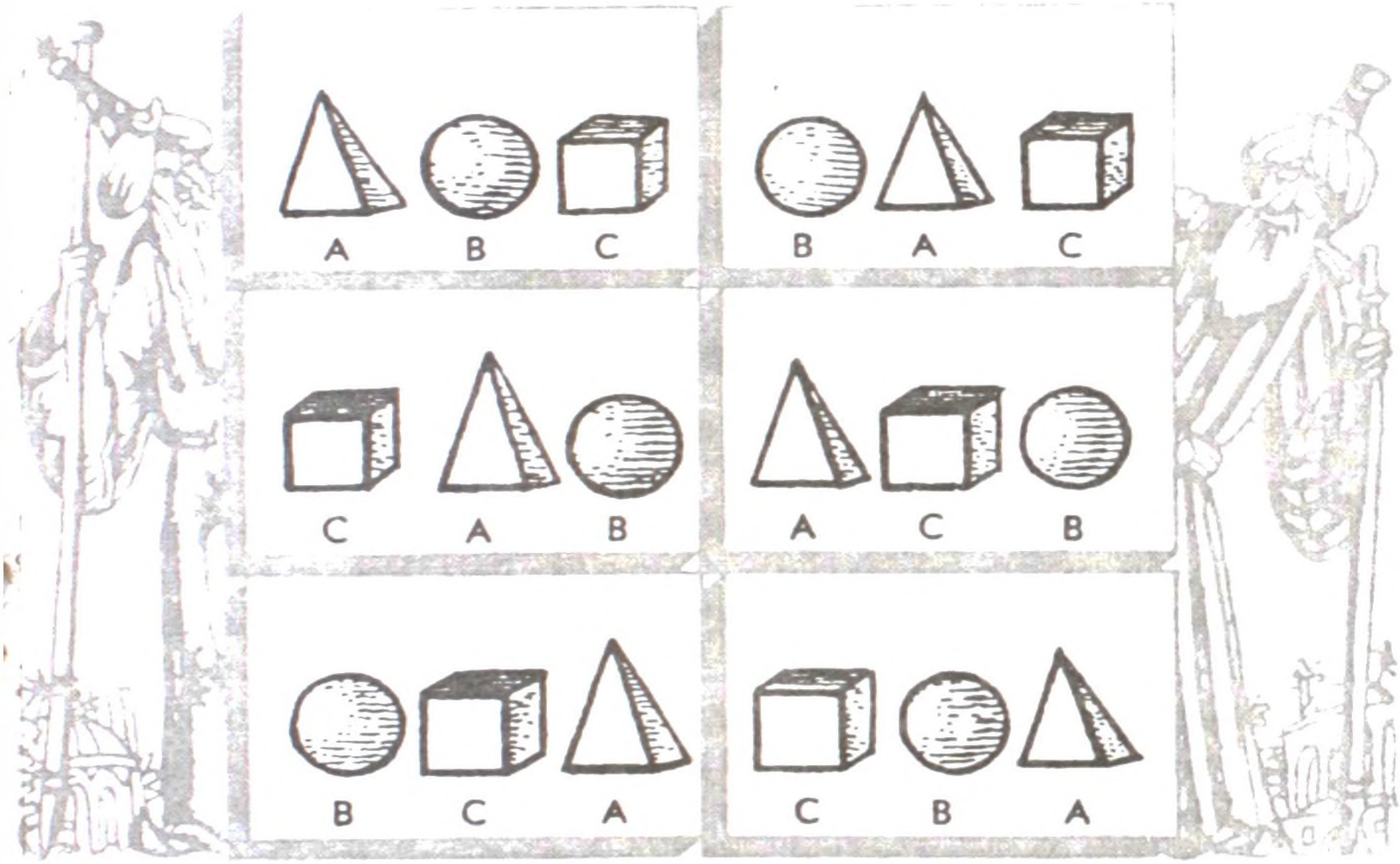
දැන් C වස්තුවද එම යුගල් දෙකටම එකතු කරමු. එය තෙආකාරයකට අපට කළ හැකිය.

1) C වස්තුව යුගලයට පසුව තබන්න
2) C " " පෙර "
3) C " " අතරින් "

එම තෙආකාරය හැර C වස්තුව තැබිය හැකි වෙනත් ආකාර තිබිය නොහැක. අප ළඟ යුගල් දෙකක් AB හා BA ඇති නිසා වස්තු තැබිය හැකි ක්‍රම $2\times3=6$ ලබාගත හැකිය.

එම ක්‍රම 53 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්වා ඇත.

අපි දැන් වස්තු 4 ක් සඳහා තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව සොයමු.



චිත්‍රය 53. වස්තු තුනක් ක්‍රම හයකට තැන් පෙරළුම් කළ හැකිය.

අපට A, B, C, D යයි වස්තු 4 ක් ඇතැයි සිතමු. නැවතත් අපි ගණනය කිරීම සරලකිරීම සඳහා D වස්තුව ඉවත් කරමු. ඉතිරි වස්තු තුනෙන් හැකි තැන් පෙරළුම් ක්‍රම සියල්ලම කරමු. එම සංඛ්‍යාව 6 බව අපි දනිමු. එම වස්තු ත්‍රික හයෙන් සෑම ආකාරයක්ම සමග D වස්තුව කී ආකාරයකින් තැබිය හැකිද? හතර ආකාරයකිනි.

1. D වස්තුව වස්තුත්‍රිකයට පසුව තබන්න.
2. D වස්තුව වස්තුත්‍රිකයට පෙර තබන්න.
3. D වස්තුව වස්තුත්‍රිකයේ 1 වැනි 2 වැනි වස්තු අතර තබන්න.
4. D වස්තුව වස්තුත්‍රිකයේ 2 වැනි 3 වැනි වස්තු අතර තබන්න.

එනිසා ලැබෙන සියළු තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව $6\times4=24$, $6=2\times3$ නිසාද, $2=2\times1$ නිසාද තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව පහත දැක්වෙන ගුණ කිරීමෙන් දැක්විය හැකිය.

$$1\times2\times3\times4=24.$$

මේ ආකාරයටම ගණනය කිරීමෙන් වස්තු 5 ක් තැබිය හැකි සියළුම තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව සොයා ගත හැකිය. එම සංඛ්‍යාව

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$ කි.

වස්තු 6 ක් සඳහා

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$ ආදි වශයෙනි.

අපි දිවාභෝජන ගන්නන් 10 දෙනා වෙත ආපසු යමු. පහත දැක්වෙන ගුණ කිරීමෙන් එහිදී ලැබෙන සියළුම තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව ලැබේ.

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 36,28,800.$$

දිවාභෝජය ගත් 10 දෙනාගෙන් 5 දෙනෙක් තරුණියන් වූයේ නම් එසේම ඒ සෑම කාන්තාවක්ම සෑම තරුණයෙක් අතරම අතුරු මාරු ලෙස වාඩිවීමට කැමැත්ත දැක්වූයේ නම් ගණනය කිරීම තරමක් අපහසු වනු ඇත.

හැකි තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව මෙහිදී කුඩා වන නමුත් ගණනය කිරීම සංකීර්ණ කටයුත්තකි.

එක් තරුණයෙක් ඔහු කැමති ආකාරයකට මේසයට වාඩිවූයේ යයි සිතමු. අනෙක් හතර දෙනාට තමන් අතර තරුණියන් සඳහා එක හිස් පුටුව බැගින් ඉතිරි කරමින් වාඩි විය හැකිය. එසේ වාඩි විය හැකි ක්‍රම සංඛ්‍යාව $1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$ කි. පුටු සංඛ්‍යාව 10 කි. එමනිසා පළමුවැනි තරුණයාට දස ආකාරයකට වාඩි විය හැකිය. එම නිසා සියළුම තරුණයින්ට වාඩිවිය හැකි විවිධ අනු පිළිවෙළවල් සංඛ්‍යාව $10 \times 24 = 240$ කි.

තරුණයින් අතර ඇති හිස් පුටුවල තරුණියන්ට ක්‍රම කීයකට වාඩි විය හැකිද? $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ කි. තරුණයින්ට වාඩිවිය හැකි ක්‍රම 240 න් සෑම එකක්ම තරුණියන්ට වාඩිවිය හැකි ක්‍රම 120 න් සෑම එකක් සමගම සංයෝජනය කිරීමෙන් තිබිය හැකි සියළුම අනු පිළිවෙල් සංඛ්‍යාව අපට ලැබේ.

$$240 \times 120 = 28,800.$$

එම සංඛ්‍යාව පළමු සංඛ්‍යාවට වඩා ඉතා කුඩාය. එයට අවුරුදු 79 ක් පමණ වේ. ඔවුන් අවුරුදු සියක් ජීවත්වන්නේ නම්, එතෙක්ම ඔවුන් භොජනාගාරයට යන්නේ නම්, නොමිලේ දිවාභෝජනය භෝජනාගාර සේවකයාගෙන් හෝ ඔහුගෙන් පැවත එන්නන්ගෙන් ඔවුන්ට ලබාගත හැකිව හැකිව තිබීණ.

තැන් පෙරළුම් ගණනය කිරීමට අපට හැකියාව ඇති නිසා ''පහළොවේ''* ක්‍රීඩා පෙට්ටියේ ඉත්තන් තැබිය හැකි ක්‍රම සංඛ්‍යාව කොපමණදැයි ගණනය කළ හැකිය. වෙනත් වචනවලින් කියතොත් මෙම ක්‍රීඩාව

---

* හිස් කොටුව සෑම විටම දකුණු පස පහළ කොණේ තිබිය යුතුය.

ඉදිරිපත් කරන සියලුම ගැටළු සංඛ්‍යාව අපට ගණනය කළ හැකිය. වස්තු 15 ක තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව සෙවීමෙන් මෙම ගණනය කිරීම කළ හැකි බව අපට පෙනේ. ඒ සඳහා

$$1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10\times11\times12\times13\times14\times15$$

යන ගුණ කිරීම විසඳිය යුතුය.

එය 1,30,767,43,65,000 ට සමානය.

එම ගැටළු සංඛ්‍යාවෙන් අඩක් විසඳිය නොහැක. ඒ අනුව එම ක්‍රීඩාවෙහි 60,000,00,00,000 ට අධික විසඳිය නොහැකි ගැටළු සංඛ්‍යාවක් අඩංගුව ඇත. එවැනි විසඳිය නොහැකි ගැටළු සංඛ්‍යාවක් මෙම ක්‍රීඩාව තුළ අන්තර්ගතව ඇති බව නොදත් මිනිසුන් වසංගතයක් ලෙස එයට සහභාගිවීම එයින්ම තේරුම් ගත හැකිය.

එක් ඉත්තෙක් එක් කොටුවක සිට තවත් කොටුවකට මාරු කිරීම සඳහා එක තත්පරයක් ගත වන්නේ යැයි සිතමු. එවිට, සියළුම ක්‍රම අත්හද බැලීම සඳහා, රෑ දවල් නොතකා ක්‍රීඩා කළද අවුරුදු 40,000 ක් ගතවේ.

තැන් පෙරළුම් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ සාකච්ඡාව මෙතෙකින් නවත්වා පාසල් ජීවිතයේදී අපට හමුවන ගැටළුවක් විසඳීමට උත්සාහ ගනිමු.

ශිෂ්‍යයින් 25 ඇති පංතියක ඔවුන් කී ආකාරයකට ඩෙස්ක් බංකුවල වාඩිකරවිය හැකිද?

ඉහත විස්තර කරන ලද විසඳුම තේරුම් ගත් විට එය විසඳීම අසීරු නැත. ඒ සඳහා පහත ගුණ කිරීම විසඳිය යුතුය:

$$1\times2\times3\times4\times5\times6\times\ .\ .\ .\ \times23\times24\times25.$$

ගණනය කිරීම් කෙටි කරන ක්‍රම රාශියක් ගණිතය උගන්වයි. එහෙත් ඉහත දක්වා ඇති ගණනය කිරීමක් සරල කිරීමට එයට හැකියාවක් නැත. ඒ සියළුම සංඛ්‍යා ඉවසීමෙන් යුතුව ගුණ කිරීම හැර වෙන කුමන ක්‍රමයකටවත් නිවැරදි පිළිතුරු ලබා ගත නොහැකිය.* ගුණකයන් සරල ලෙස

*එහෙත් එතරම් සංකීර්ණ නොවන ක්‍රමයකින් ආසන්න ලෙස මෙය විසඳිය හැකිය. 1 සිට නොයෙක් n සංඛ්‍යා දක්වා පූර්ණ සංඛ්‍යාවල ගුණිතය ගණනය කිරීම අපට නිතරම හමුවේ. එම ගුණිතය $n!$ යයි හඳුන්වමු.. එය "n ක්‍රමාරෝපිතය" යනුවෙන් හැඳින්වේ. උදහරණයක් වශයෙන් ඉහත දී ඇති ගුණ කිරීමේ ගුණිතය 25! ක් ලෙස ප්‍රකාශ වේ. දහඅටවැනි ශත වර්ෂයේ විසූ ඉංග්‍රීසි ජාතික ගණිතඥයෙක් වූ ස්ටර්ලිං එවැනි ක්‍රමාරෝපිත ආසන්න වශයෙන් සොයන සමීකරණයක් සොයාගත්තේය. එය මෙසේය.

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\left(\frac{n}{e}\right)^{n}$$

කොටස්වලට බෙදීමෙන් පමණක් ගණනය කිරීමේ කාලය කෙටි කළ හැකිය. අංක 26 කින් යුත් සිතා ගැනීමට පවා නොහැකි විශාල සංඛ්‍යාවක් අපට ලැබේ.

15,511,21,00,433,30,98,598,40,00,000.

මීට ප්‍රථම අපට හමුවූ සියළුම සංඛ්‍යාවලින් මෙම සංඛ්‍යාව ඉතාමත්ම විශාල නිසා අපි එය ''යෝධ-සංඛ්‍යාව'' නමින් හඳුන්වමු. පෘථිවියේ සියළුම සාගර හා මුහුදුවල ඇති වතුර බිංදු සංඛ්‍යාව මෙම ''යෝධ-සංඛ්‍යාව'' සමග සංසන්දනය කරන විට එය ඉතා කුඩා සංඛ්‍යාවකි.

58. කාසි තැබීම

මා කුඩා කාලයේ වැඩි මහල් සොහොයුරා කාසිවලින් සිත්ගන්නා ක්‍රීඩාවක් පෙන්වූ සැටි මට මතකය. මේසය මත පිරිසි තුනක් තබා එයින් මුල් පිරිසිය මත රූබල් එකේ, කොපෙක් 50, කොපෙක් 20, කොපෙක් 15 හා කොපෙක් 10 කාසි පිළිවෙළින් ඒවායේ ප්‍රමාණය අනුව එක පිට එක කේතු ආකාර තැබුවේය. එම කාසි පහත දක්වෙන කොන්දේසි තුන අනුව තුන්වැනි පිරිසිය මත තැබිය යුතුය. පළමුවැනි කොන්දේසිය: එක් වතාවකදී තැබිය යුත්තේ එක් කාසියකි. දෙවැනි කොන්දේසිය: ප්‍රමාණයෙන් විශාල කාසිය ප්‍රමාණයෙන් කුඩා කාසිය මත නොතැබිය යුතුය. තුන්වැනි කොන්දේසිය: ඉහත කොන්දේසිවලට අනුව තාවකාලික ලෙස මැද ඇති පිරිසිය මත කාසි තැබිය හැකිය. එහෙත් අවසානයේදී සියළුම කාසි පළමු පිරිසියේ තුබූ ආකාරයටම තුන්වැනි පිරිසිය මත තිබිය යුතුය. කොන්දේසි අසීරු නැත. දැන් කාර්යය පටන් ගනිමු.

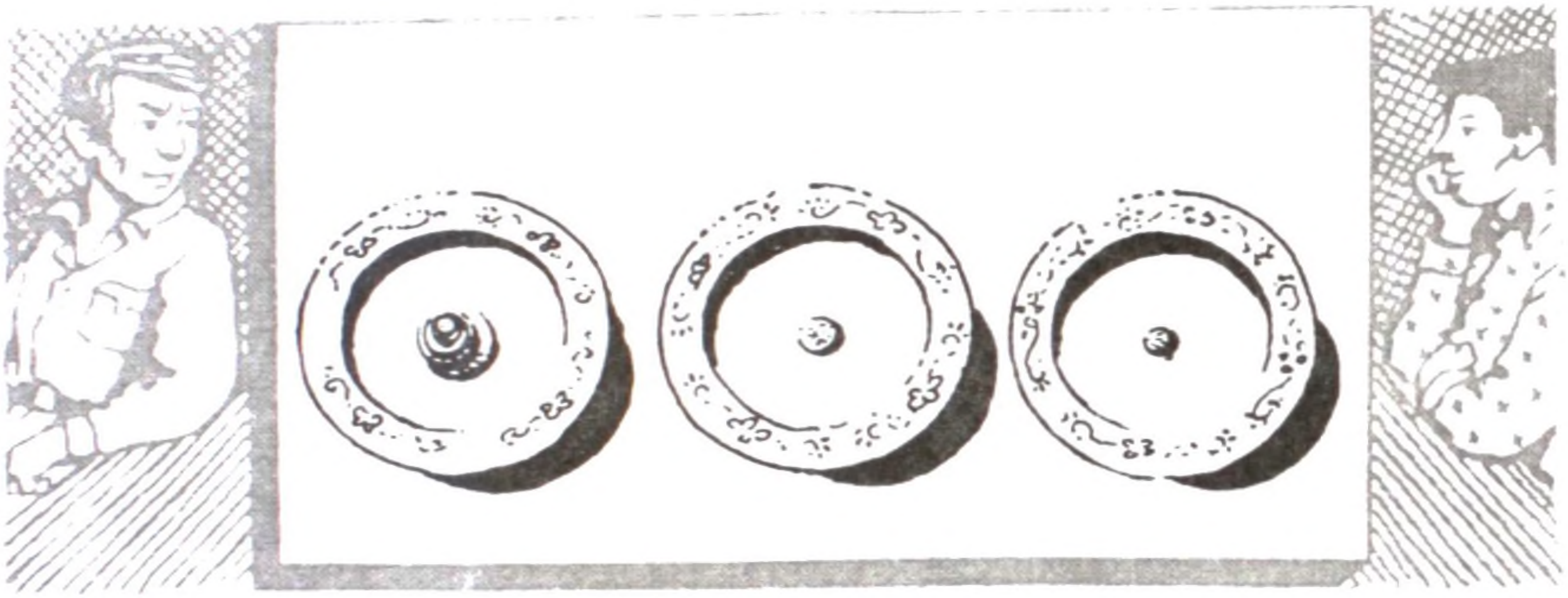
මම කාසි තැබීම පටන් ගතිමි. කොපෙක් 10 කාසිය තුන්වැනි පිරිසිය මතද කොපෙක් 15 කාසිය මධ්‍යම පිරිසිය මතද තැබුවෙමි. කොපෙක් 20 කාසිය තැබිය යුත්තේ කොහේද? එය අනෙක් කාසි දෙකටම වඩා විශාලය.

''මම උදව් කරන්නම්'' අයියා මගේ උදව්වට පැමිණියේය. ''කොපෙක් 10 කාසිය මධ්‍යම පිරිසියේ කොපෙක් 15 කාසිය මත තබන්න. දැන් කොපෙක් 20 කාසිය සඳහා තුන්වැනි පිරිසිය නිදහස්ව ඇත.''

මම එසේ කළෙමි. නැවතත් නව අපහසුතාවයකි. කොපෙක් 50 කාසිය තැබිය යුත්තේ කොහේද? එහෙත් මට එය කරන ආකාරය වැටහිණි. පළමුව කොපෙක් 10 කාසිය පළමුවැනි පිරිසියටද කොපෙක් 15 කාසිය

සමහර ගැටළු විසඳීමේදී භාවිතා කරන π හා e වල වටිනාකම් $\pi = 3.141\ldots$, $e = 2.718\ldots$ ලඝු ගණක චක්‍රය පාවිච්චි කිරීමෙන් අපි උදාහරණය විසඳමු

එය $25! \approx 1.55 \times 10^{25}$.



චිත්‍රය 54. වැඩිමහල් සොහොයුරා කාසිවලින් සිත්ගන්නා ක්‍රීඩාවක් පෙන්නුවේය.

තුන්වැනි පිරිසියටද ගෙනාවෙමි. පසුව කොපෙක් 10 කාසියද තුන්වැනි පිරිසියට ගෙන ආවෙමි. දැන් කොපෙක් 50 කාසිය හිස්ව ඇති මධ්‍යම පිරිසිය මත තැබිය හැකිය. මෙසේ ඉහත කොන්දේසි අනුව කාසි මාරු කිරීමෙන් රූබලයේ කාසියද පළමුවැනි පිරිසියේ සිට ගෙන ඒමට මට හැකි විය. අවසාන වශයෙන් සියළුම කාසි තුන්වැනි පිරිසිය මත පළමු තුබූ පරිද්දෙන්ම තැබීමි.

මගේ කාරිය ගැන සතුට පළකළ අයියා මා කී වතාවක් කාසි පිරිසි-වලට මාරුකරමින් තැබුවේදැයි ඇසීය.

''ගණන් කළේ නැහැ'', මම පිළිතුරු දුන්නෙමි .

''අපි ගණන් කර බලමු. අපේ ඉලක්කය කරා ඒමට අප කළ අවම මාරු කිරීම් ගණන දැන ගැනීම අපටම ප්‍රයෝජනවත්! කාසි ගොඩේ කාසි 5 ක් නොව 2 ක් තිබුණේ නම්, එනම් කොපෙක් 15 හා 10 කාසි පමණක් තිබුණේ නම් මාරු කිරීම් කීයක් කළ යුතුව තිබුණේද?''

''තුනයි. කොපෙක් 10 කාසිය මධ්‍යම පිරිසිය මත තබා කොපෙක් 15 කාසිය තුන්වැනි පිරිසිය මත තැබිය යුතුයි. පසුව කොපෙක් 10 කාසිය 15 කාසිය මත තැබිය හැකිය.''

''හරි. එයට කොපෙක් 20 කාසිය එකතු කර නැවතත් නිවැරදිව කාසි තැබීමට මාරු කිරීම් කොපමණ කළ යුතුදැයි සොයමු. අපි එය මෙසේ කරමු. පළමුව කුඩා කාසි දෙක මධ්‍යම පිරිසියට ගෙන එමු. අපි ඉහත කළ ලෙස එයට මාරු කිරීම් 3 ක් කළ යුතුය. පසුව කොපෙක් 20 කාසිය තුන්වැනි හිස් පිරිසිය මත තබමු. — මාරු කිරීම් 1 යි. පසුව කුඩා කාසි දෙකද තුන්වැනි පිරිසියට ගෙන එමු. — තවත් මාරු කිරීම් 3 කි. ඒ අනුව අපි මාරු කිරීම් $3+1+3=7$ කළෙමු.''

''කාසි 4 ක් සඳහා මාරු කිරීම් ගණන සෙවීමට මටම ඉඩ දෙන්න'' මම ඉල්ලා සිටියෙමි. ''පළමුවෙන් කුඩා කාසි තුන මධ්‍යම පිරිසියට ගෙන

එමු. — මාරු කිරීම් 7 යි. පසුව හතරවැනි කාසිය එනම් කොපෙක් 50 කාසිය තුන්වැනි පිරිසිය මත තබමු. — මාරු කිරීම් 1 යි. දැන් මධ්‍යම පිරිසිය මත ඇති කුඩා කාසි තුන තුන්වැනි පිරිසිය මතට ගෙන එමු. — තවත් මාරු කිරීම් 7 යි. එකතුව $7+1+7=15$ යි.''

''බොහොම හොඳයි. කාසි 5 කට කීයද?'' අයියා ප්‍රශ්න කළේය.

''$15+1+15=31$'' මම එකවරම උත්තර දුන්නෙමි.

''හොඳයි. දැන් ඔබට තේරෙනවා එය කරන ක්‍රමය. එහෙත් මම තවත් සරල ක්‍රමයක් කියා දෙන්නම්. අපට ලැබුණු 3,7,15,31 යන ප්‍රතිඵල, ලැබෙන්නේ දෙකේ සංඛ්‍යාව එයින්ම කීප වතාවක් ගුණ කිරීමෙන් ලැබෙන දෙකේ එම බලයෙන් එකක් අඩු කළ විට බව අපට පෙනේ.

$$3=2\times2-1$$
$$7=2\times2\times2-1$$
$$15=2\times2\times2\times2-1$$
$$31=2\times2\times2\times2\times2-1$$

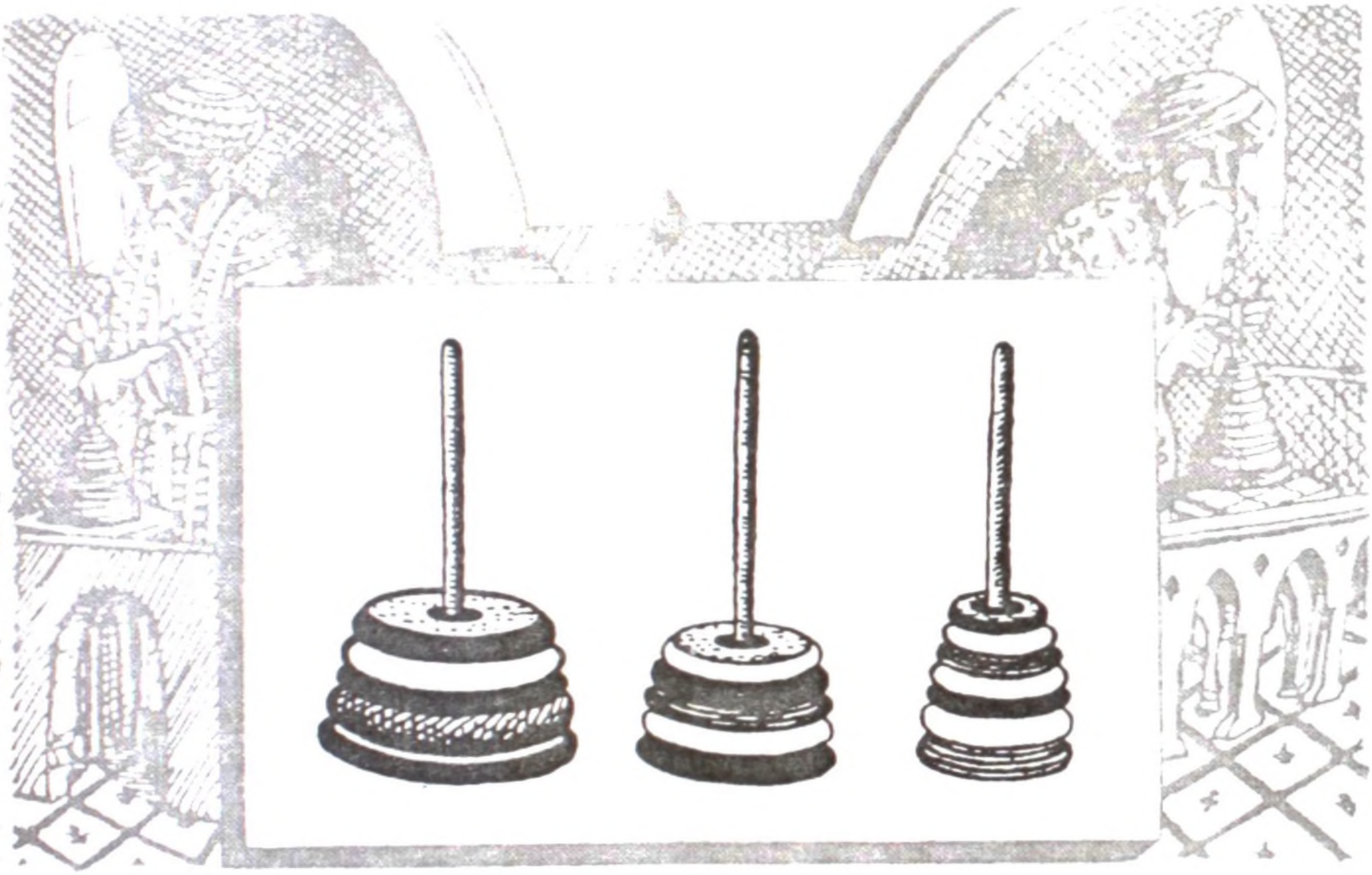
''මට තේරෙනවා. අපි ගන්නා කාසි සංඛ්‍යාවේ ප්‍රමාණයට සමාන දෙකේ සංඛ්‍යාවේ බලය ගෙන එයින් ලැබෙන ප්‍රතිඵලයෙන් එකක් අඩු කරනවා. උදහරණයක් ලෙස කාසි 7 ක් ගනිමු.

$$2\times2\times2\times2\times2\times2\times2-1=128-1=127.$$

''ඒ පුරාණ ක්‍රීඩාව නුඹට තේරෙනවා. එහෙත් නුඹ එහි තවත් ව්‍යවාහාරික නීතියක් දැනගන්න ඕන. කේතු ආකාර කාසි ගොඩේ ඇත්තේ කාසි ඔත්ත සංඛ්‍යාවක් නම් පළමුවැනි කාසිය තුන්වැනි පිරිසියේ තැබිය යුතුයි. කාසි ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නම් පළමුවැනි කාසිය මධ්‍යම පිරිසියේ තැබිය යුතුයි.

''ඔබ කියනවා පුරාණ ක්‍රීඩාවක් කියා ඇත්තෙන්ම එය ඔබේ සොයා ගැනීමක් නොවේද?''

''නැහැ. මම එය කිරීමට කාසි යොදා ගත්තා පමණයි. මෙය බොහෝ පැරණි ක්‍රීඩාවක්. උපන් බිම වශයෙන් සලකන්නේ ඉන්දියාවයි. මෙම ක්‍රීඩාව සම්බන්ධයෙන් පැරණි පුරාවෘතයක් තියෙනවා. හින්දු දෙවියෙක් වන බ්‍රාහ්මා ලෝකය මැවීමේදී දියමන්තිවලින් සෑදූ කෝටු තුනක් සිටුවා එයින් එක් කෝටුවකට රත්රන් වළලු 64 ක් පැලැඳුවේ යයි විශ්වාස කරන කෝවිලක් ඉන්දියාවේ බරනැස් නුවර තිබුණා. ඒ රත්රන් වළලු එකකට එකක් කුඩායි. ඒවා පලඳවා තිබුණේ විශාල එක මත කුඩා එක සිටින ආකාරයටයි. අපේ ක්‍රීඩා කොන්දේසි නොකඩා, දෙවැනි කෝටුව ආධාර කරගනිමින්, එම කෝවිලේ ස්වාමිවරු රෑ දවල් නොනවත්වා තුන්වැනි කෝටුවට වළලු පැලඳවිය යුතුයි. එක වරකට පැලැඳිය හැක්කේ එක් වළල්ලකි. කුඩා වළල්ල මත ලොකු වළල්ල නොපැලඳවිය යුතුයි.



චිත්‍රය 55.   කෝවිලේ ස්වාමිවරු මහන්සි නොබලා තුන්වැනි කෝටුවට වළලු පැලඳවිය යුතුය.

වළලු 64 ම තුන්වැනි කෝටුව මත පැලඳවූ දිනයේදී ලෝක විනාශය සිදුවන බව එම පුරාවෘතයේ කියනවා.''

''ඒ කථාව විශ්වාස කරනවා නම් ලෝකය විනාශ වී බොහොම කල්!'' මම කීවෙමි.

''නුඹ සිතන්නේ වළලු 64 ගෙන ඒමට කල් ගත වන්නේ නැති බවද?''

''ඇත්තෙන්ම ඔව්. එක තත්පරයකදී එක වළල්ලක් තැබුවත් පැයකදී 3,600 වතාවක් වළලු මාරු කරන්න පුළුවනි.''

''ඉන් පසුව?''

''දිනකදී ලක්ෂයක් පමණ දින දහයකදී ලක්ෂ දහයක්. දශ ලක්ෂ වතාවක් මාරු කිරීමෙන් වළලු 1,000 ක් වුවත් නිවැරදිව ගෙන ඒමට පුළුවනි කියා මම හිතනවා.''

''නුඹ වැරදියි. වළලු 64 ගෙන ඒමට අවුරුදු 50,000,00,00,000 පමණ ගත වෙනවා.''

''ඒ කොහොමද? මාරු කිරීම් සංඛ්‍යාව සමාන දෙසෝ 64 බලයට එකක් අඩුවෙන් නොවේද? එය සමානයි... මම දැන් ගුණ කරන්නම්!''

''බොහොම හොඳයි, නුඹ ගණන හදන තුරු මම වෙන වැඩක් කරන්නම්.''

අයියා පිට විය. මම ගණනය කිරීම ආරම්භ කළෙමි. පළමුව දෙකේ 16 වැනි බලය සොයාගතිමි. එම ප්‍රතිඵලය වන 65,536 එයින්ම ගුණ කළෙමි. එයින් ලැබුණු ප්‍රතිඵලය නැවතත් වර්ග කළෙමි. පසුව එයින් එකක් අඩු කළෙමි.

මට ලැබුණ සංඛ්‍යාව මෙයයි.

1,84,467,44,07,370,95,51,615*.

අයියා නිවැරදි බව මට අවබෝධ විය... ඇත්ත වශයෙන්ම ලෝක-යේ වයස කුමන සංඛ්‍යාවලින් නිර්ණය වන්නේදැයි දැනගැනීමට ඔබ කැමති වනු ඇත. විද්‍යාඥයෝ ආසන්න වශයෙන් පහත සංඛ්‍යා ඉදිරිපත් කරති.

සූර්යයාගේ වයස	අවුරුදු	5,00,000,00,00,000
පෘථිවියේ වයස	”	300,00,00,000
පෘථිවිය මත ජීවීන් පවතින කාලය	”	100,00,00,000
මිනිසාගේ වයස	”	3,00,000

57. ඔට්ටුව

සිද්ධීන්ගේ සම්භාවිතාව ගණනය කරන්නේ කෙසේද යන්න ගැන විවේකාගාරයේ දවල් ආහාරය වේලාවේදී කථාවක් ඇතිවිය. ආහාර ගනිමින් සිටි තරුණ ගණිතඥයෙක් කාසියක් ගෙන කථාවට සහභාගි විය:

''මම මේ කාසිය උඩ දමනවා. කාසියේ මූණ උඩට සිටින සේ එය වැටීමේ සම්භාවිතාවය කුමක්ද?''

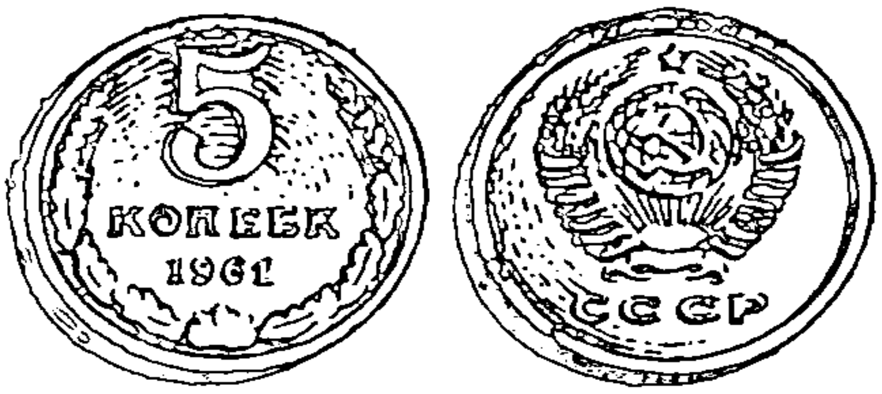
'' ''සම්භාවිතාව'' යන්නෙහි තේරුම කුමක්දැයි ප්‍රථමයෙන් විස්තර කරන්න. එය තේරෙන්නේ නැහැ'' කෑම ගනිමින් සිටියහු ඉල්ලා සිටියහ.

''එය අසීරු නැහැ. කාසිය මේසය මත දෙ ආකාරයකට (චිත්‍රය 56) වැටෙන්න පුළුවනි. මේ වගේ මූණ උඩට සිටින ලෙසත් මේ වගේ පොල්ල උඩට සිටින ලෙසත්'' තරුණයා කාසිය මේසය මත තබා පෙන්නුවේය. මෙහිදී ඇත්තේ විය හැකි ක්‍රම දෙකක් පමණකි. ඉන් අපට අවශ්‍ය අනුකූල අවස්ථා ඇත්තේ එකක් පමණකි. අපි දැන් එහි අනුපාතය සොයමු.

$$\frac{\text{අනුකූල අවස්ථා සංඛ්‍යාව}}{\text{විය හැකි අවස්ථා සංඛ්‍යාව}} = \frac{1}{2}$$

---

* මෙම සංඛ්‍යාව පාඨකයාට මතක ඇත. චෙස්දම් ක්‍රීඩාව සොයාගත් පඬිතුමාට දිය යුතු ධාන්‍ය ඇට සංඛ්‍යාවද එයයි.

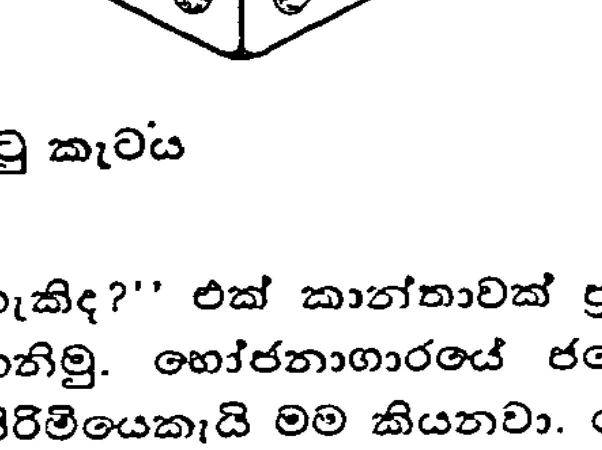


ත්‍රයවි 56. කාසිය දෙ ආකාරයකට මේසය මත වැටිය හැකිය.

එම භාගය කාසිය මුහුණ උඩු අතට සිටින සේ වැටීමේ ''සම්භාවිතාව'' පෙන්නුම් කරයි.

''කාසිය උඩ දැමීම අමාරු නැහැ'' එකෙක් බාධා කළේය. ''අපි ටිකක් අමාරු උදාහරණයක් ගනිමු. නිදර්ශනයක් ලෙස දාදු කැටයක්.''

''හොඳයි. අපි එය විමර්ශණය කර බලමු.'' ගණිතඥයා එකඟ විය. ''සෑම පැත්තකම අංක ඇති දාදු කැටයක් ගනිමු (චිත්‍රය 57). ඉහළ දමන ලද දාදු කැටය අපට උවමනා අංකය, උදාහරණයක් ලෙස හය උඩට සිටින සේ වැටීමේ සම්භාවිතාව කුමක්ද? මෙහි විය හැකි අවස්ථා කීයක් තිබේද? හරි හුලස් ඝනයකට තම ඇති හයෙන් ඕනෑම පැත්තක් උඩට සිටින සේ වැටිය හැකිය. එමනිසා විය හැකි අවස්ථා හයකි. එයින් අපට අනුකූල එක් අවස්ථාවක් පමණකි. එනම් හයේ අංකය උඩට ඇතිව වැටෙන අවස්ථාවය. ඒ අනුව සම්භාවිතාව එක හයෙන් බෙදීමෙන් ලැබේ. එය $\frac{1}{6}$ භාගයෙන් පෙන්නුම් කෙරේ.



චිත්‍රය 57. දාදු කැටය

''ඇත්ත වශයෙන්ම සෑම අවස්ථාවකදීම සම්භාවිතාව ගණනය කළ හැකිද?'' එක් කාන්තාවක් ප්‍රශ්න කළාය. ''අපි මේ වගේ උදාහරණයක් ගනිමු. භෝජනාගාරයේ ජනේලය ළඟින් යන පළමුවැනි තැනැත්තා පිරිමියෙකැයි මම කියනවා. මෙහි සම්භාවිතාව කුමක්ද?''

''අවුරුද්දක් වයසැති ළදරුවකු වුවද පිරිමියෙකු හා ලෝකයේ ජනගහනයෙන් හරි අඩක්ම පිරිමි යැයිද ගතහොත් මෙහි සම්භාවිතාව $\frac{1}{2}$ විය යුතුය.''

''පළමුවැනි දෙදෙනාම පිරිමි යැයි ගතහොත් මෙහි සම්භාවිතාවය කුමක්ද?'' තවකෙක් ප්‍රශ්න කළේය.

''එය ගණනය කිරීම ටිකක් අමාරුයි. මෙහිදී පොදුවේ ගත් කළ විය හැකි අවස්ථා කීයක් තිබේදැයි සොයා බලමු. පළමුවැන්න: පළමුවෙන්ම පිරිමි දෙදෙනෙකු අපට පෙනේ යැයි සිතමු. දෙවැන්න: පළමුවෙන් පිරිමියෙකුද දෙවැනුව ගැහැණියකුද, තුන්වැන්න: පළමුවෙන් ගැහැණියක්ද දෙවැනුව පිරිමියෙක්ද, හතරවැන්න: පළමුවැන්ම ගැහැණු දෙදෙනෙකු ආදී වශයෙනි. ඒ අනුව විය හැකි අවස්ථා 4 කි. එයින් අනුකූල අවස්ථා එකකි එනම් පළමුවැන්න ය. සම්භාවිතාව සඳහා $\frac{1}{4}$ භාගය අපට ලැබේ.''

''තේරෙනවා. නමුත් පිරිමි තුන්දෙනෙක් පිළිබඳ ප්‍රශ්නය ඉදිරිපත් කරන්න පුළුවනි. පළමුවැනි තිදෙනාම පිරිමින් වීමේ සම්භාවිතාව කුමක්ද?''

''අපි එයද සොයා බලමු. නැවතත් විය හැකි අවස්ථා කීයක් තිබේදැයි බලමු. දෙදෙනෙක් සඳහා විය හැකි අවස්ථා 4 ක් බව අපි දනිමු. තුන්වැන්නා එයට එකතු කිරීමෙන් විය හැකි අවස්ථා දෙගුණයකින් වැඩිවේ. එයට හේතුව ඉහත ගණනය කරන ලද සැම හතර අවස්ථාවකටම ගැහැණියක් හෝ පිරිමියෙක් එකතු විය හැකි වීමය. එමනිසා සියළුම වියහැකි අවස්ථා සංඛ්‍යාව මෙහිදී $4 \times 2 = 8$ කි. පිරිමි තිදෙනෙක් පමණක් පළමුවෙන් පෙනෙන අවස්ථාව පමණක් අනුකූල අවස්ථාව නිසා සම්භාවිතාව $\frac{1}{8}$ කි. ගණනය කිරීමේ ක්‍රියාවලියේ ක්‍රමය මෙහිදී පැහැදිලිව පෙනේ. දෙදෙනෙකු පමණක් ගත් විට සම්භාවිතාව $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ කි. තිදෙනෙකු ගත් විට $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ කි. හතරදෙනෙක් ගත් විට සම්භාවිතාව භාග හතරක ගුණිතය බව පැහැදිලිය. අපට පෙනෙන පරිදි සම්භාවිතාව ක්ෂය වේ.

''ගමන් කරන්නන් දස දෙනෙකු සඳහා සම්භාවිතාව සමාන කීයටද?''

''එහි තේරුම ගමන් කරන පළමුවැනි දස දෙනාම පිරිමින් වීමේ සම්භාවිතාව කෙසේද? භාග 10 ක ගුණිතය කොපමණදැයි අපි බලමු. එය $\frac{1}{1,024}$ කි, දහෙන් එකකටත් වඩා අඩුය. එය සිදුවන්නේ යයි ඔබ රූබල් 1 ක් ඔට්ටු තබන්නේ නම් එය සිදුවන්නේ නැතැයි රූබල් 1,000 ක් ඔට්ටු තැබීමට මට පුළුවනි.''.

''ලාභ ඔට්ටුවක්!'' කාගෙදෝ කට හඬක් ඇසිණ. මම බොහොම කැමැත්තෙන් රූබල් එකක් ඔට්ටු අල්ලනවා රූබල් 1,000 ක් දිනාගන්න.''

''එහෙත් ඔබෙ එක අවස්ථාව වෙනුවට මට අවස්ථා 1,000 ක් තියෙනවා. එය අමතක කරන්න එපා.''

''එහි තේරුමක් නැහැ. පිරිමින් 100 ක් එක විට පළමුවෙන්ම ගමන් කරන බවට වුවත් මම ඔබෙ රූබල් 1,000 ට රූබල් 1 ක් ඔට්ටු අල්ලනවා.''

''ඔබ දන්නවද එවැනි අවස්ථාවක සම්භාවිතාව කොපමණ කුඩාද කියා?'' ගණිතඥයා ප්‍රශ්නකළේය.

''දශ ලක්ෂයෙන් එකක් නැත්නම් ඒ වගේ කුඩා සංඛ්‍යාවක්.''

''ගිණිය නොහැකි තරම් කුඩායි! 20 ක් සඳහාම දශ ලක්ෂයෙන් එකක් පමණ කුඩා සංඛ්‍යාවක් ලැබෙනවා. සියයක් සඳහා... අපි ගණන් හදු බලමු. කඩදසියක් දෙන්න. කෝටියයි... සිය කෝටියයි... කැල කෝටියයි... නහුතයියි. ඔහෝ! එහි බිංදු තිහයි.''

''එපමණද?''

''බිංදු 30 ක් මදිද? සාගරයේවත් එවැනි සංඛ්‍යාවකින් දහෙන් එකක්වත් ජල බිංදු නැහැ.''

''පුදුම සහගත සංඛ්‍යාවක්! මගේ රූබලයට ඔබ කොපමණ ඔට්ටු අල්ලනවද?''

''හා!! හා!!! මා ළඟ ඇති සියළුම දේ'' ගණිතඥයා සිනාසුණේය.

''සියළු දේම බොහොම වැඩියි. ඔබෙ බයිසිකලය හොඳටම ඇති. ඒත් ඔබ ඔට්ටු තබන්නේ නැහැ.''

''ඇයි නැත්තේ. මෙන්න මගේ ඔට්ටුව. මට එයින් පාඩුවක් වෙන්නේ නැහැ.'' ගණිතඥයා තම බයිසිකලය පරදුවට තැබුවේය.

''මටත් පාඩු වෙන්නේ නැහැ. රූබලය එතරම් දෙයක් නොවේ. එසේ වුවත් මට බයිසිකලයක් දිනාගැනීමට පුළුවනි. ඔබට දිනාගැනීමට පුළුවන් ඉතා සුළු ගණනක් පමණයි.''

''ඔබට තේරෙනවද? ඔබ පරදිනවා! බයිසිකලය ඔබට කවදවත් ලැබෙන්නේ නැහැ. ඔබෙ රූබලය දැනටමත් මගේ සාක්කුවේ කියා හිතා ගන්නා.''

''ඔබ මොකද කරන්නේ. රූබලයක් නිසා බයිසිකලය නැතිකරන්න හදනවා පිස්සු වැඩක්!'' ගණිතඥයාගේ මිත්‍රයා ඔහු නැවැත්වීමට උත්සාහ ගත්තේය.

''එහි අනික් පැත්ත, මේ වගේ කොන්දේසි යටතේ රූබලයක් වුවත් ඔට්ටු ඇල්ලීමයි පිස්සු වැඩේ. ඔහු පරදින බව සත්‍යයක්! රූබලය ගහට දමන එක වඩා හොඳයි.''

''නමුත් ඔහුටත් එක අවස්ථාවක් තිබෙනවා.''

''මුළු සාගරයෙන්ම සාගර දහයකටම එක බිංදුවක්. එක බිංදුවකට විරුද්ධව සාගර දහයක්ම මට තිබෙනවා. දෙවරක් දෙක හතරට සමාන වගේම මගේ ජයත් සිකුරුයි.''

''ඉලංදරිය බොහොම දුර ගියා'' මෙතෙක් වෙලා වාදයට නිශ්ශබ්දව කන් දී සිටි මහල්ලකුගේ සන්සුන් කටහඬක් ඇසිණ. ''බොහොම දුර ගියා.''

''මහාචාර්ය තුමාත් පටු ලෙස එය කල්පනා කරනවද?''

''සියළුම අවස්ථාවලදී ඒකාකාර සිද්ධීන් නොමැති බව ඔබ කල්පනා කළාද? සම්භාවිතාව පිළිබඳ ගණනය නිවැරදි වන්නේ ඒකාකාර සිද්ධීන් ඇති අවස්ථාවලටයි. එහෙම නේද? දැන් විවාදයට භාජනය වූ නිදර්ශනය එවැනි''... මහල්ලා ඇහුම්කන් දෙමින් කීවේය. ''... දැන් ඔබෙම ඇස් ඉදිරිපිට ඔබේ වැරැද්ද සිදුවෙනු ඇති. යුද්ධ සංගීතයක් ඇසෙනවා. එහෙම නේද?''

''සංගීතය මෙයට අයිති නැහැ''... තරුණ ගණිතඥයා වචන ගිලිමින් කීවේය. ඔහුගේ මුහුණ බිය වූ බවක් පෙන්වීය. තම පුටුවෙන් පැනගත් ඔහු ජනේලය දෙසට දුවගොස් එබිකම් කර බැලුවේය.

''ඇත්ත තමා! මම ඔටටුව පරාදයි! බයිසිකලයට ආයුබෝවන්'' ඔහු බිඳුණු කටහඬකින් මුමුණුවේය.

විනාඩියකට පසු සිදුවූයේ කුමක්දැයි සියළු දෙනාටම පැහැදිලි විය. බැටැලියන් හමුදවක් ජනේලය අසලින් ගමන් කරනු පෙණින.

58. අප අවට හා අභ්‍යන්තරයේ හමුවන යෝධ සංඛ්‍යා

යෝධ සංඛ්‍යා සොයා ගැනීම සඳහා විශේෂ සිද්ධීන් සොයා යෑමේ අවශ්‍යතාවයක් නැත. ඒවා අප අවට සෑම ස්ථානයකම මෙන්ම අප අභ්‍යන්තරයේ පවා තිබේ. අපට ඒවා දැකීමට හැකියාවක් තිබිය යුතුය. අපට ඉහළින් ඇති අහසද අප දෙපා යට ඇති වැලිද අප අවට ඇති වාතයද අප ශරීරයේ ඇති ලේද එවැනි යෝධ සංඛ්‍යා සඟවාගෙන සිටියි.

ඛගෝලය හා සම්බන්ධ යෝධ සංඛ්‍යා ගැන බොහෝ දෙනා දනිති. විශ්වයේ ඇති තරු සංඛ්‍යාව ගැනද ඒවා අතර ඇති දුර ගැනද ඒවායේ ප්‍රමාණය, බර හා වයස ගැනද කථා කරන විට අපට අති මහත් විශාලත්වයකින් යුත් සංඛ්‍යා ගැන කථා කිරීමට සිදුවේ. ''නක්ෂත්‍ර සංඛ්‍යා''ජනප්‍රිය භාවයට පැමිණියේ අහම්බෙන් නොවන බව පැහැදිලිය. නක්ෂත්‍රය හාසම්බන්ධවද නිතරම''කුඩා''යැයි හැඳින්වෙන ඛගෝල වස්තු අපට පුරුදු පෘථිවි මිනුම් ඒකක සමග බැලූ කල සත්‍යමය ලෙස යෝධ වස්තු බව බොහෝ දෙනා නොදනිති. ප්‍රමාණය කුඩා නිසා ''කුඩා ග්‍රහ ලෝක'' යන නාක්ෂත්‍ර නාමය ලැබූ ග්‍රහ ලෝක අපගේ සූර්ය ග්‍රහ මණ්ඩලයේ තිබේ. ඒවා අතර කිලෝමීටර කීපයක් පමණක් විෂ්කම්භය ඇති ග්‍රහ ලෝකද ඇත. යෝධ පරිමාණවලට හා මිනුම්වලට හුරු නක්ෂත්‍ර කරුවෝ එම ග්‍රහ ලෝක ''දූවිලි'' ලෙස හඳුන්වති. වෙනත් යෝධ ඛගෝල වස්තු සමග සසඳන විට ඒවා දූවිලි හා සමානව පෙනෙන නමුත් මිනිසාට පුරුදු ප්‍රමාණයන් අනුව

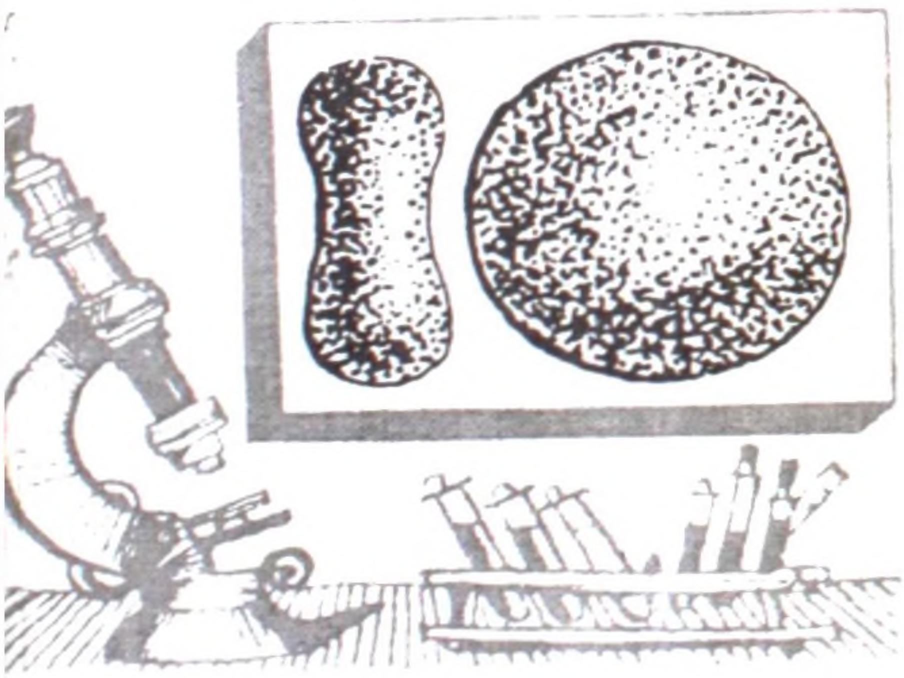
ගත් විට ඒවා ක්ෂුද්‍ර වස්තු නොවේ. විෂ්කම්භය කිලෝමීටර 3 ක් වන ග්‍රහ ලෝකයක් ගනිමු. ජ්‍යාමිතික ප්‍රමේයයන්ට අනුව එවැනි වස්තුවක පෘෂ්ඨයේ ක්ෂේත්‍ර ඵලය අපට සොයා ගත හැකිය. එය වර්ග කිලෝමීටර 28 කි, නැතහොත් වර්ග මීටර 2,80,00,000 කි. එක් වර්ග මීටරයක මිනිසුන් හත් දෙනෙකුට සිටගෙන සිටිය හැකිනම් වර්ග මීටර 280 ලක්ෂයක ක්ෂේත්‍රයක මිනිසුන් දහනව කෝටි හැට ලක්ෂයකට සිට ගෙන සිටිය හැකිය.

පෘථිවියේ ඇති වැලි ද අප යෝධ සංඛ්‍යා ලෝකයට ගෙන යයි. ''වෙරළේ වැලි මෙන් අසංඛ්‍ය සංඛ්‍යාවක්'' නැමති පුරාණ වහර සාහිත්‍යයට අහම්බෙන් එක් වූවක් නොවේ. ඇත්ත වශයෙන්ම පුරාණයේදී වැලිවල සංඛ්‍යාව පිළිබඳ වැටහීමක් නොතිබිණ. වැලිවල සංඛ්‍යාවද, අපට පියවි ඇසට පෙනෙන තරුවල සංඛ්‍යාවට සමාන යැයි ඔවුහු සිතූහ. දුර දක්න එ කාලයේ නොතිබිණ. පියවි ඇසට අපට තරු 3,500 ක් (එක් අර්ධ ගෝලයක සිට) පමණ දෘශ්‍යමාන වේ. මුහුදු වෙරළේ ඇති වැලි සංඛ්‍යාව අපට පියවි ඇසට පෙනෙන තරුවලට වඩා කෝටි ගුණයකින් වැඩිය.

අප ආශ්වාස කරන වාතයේද යෝධ සංඛ්‍යා අන්තර්ගතව ඇත. වාතය එක් ඝන සෙන්ටි මීටරයක ''අණු'' නමින් හඳුන්වන ඉතා කුඩා අංශු 2,70,000,00,00,000,00,00,000 පමණ අන්තර්ගතව ඇත.

එම සංඛ්‍යාවේ විශාලත්වය අපට අදහා ගැනීමට පවා බැරි තරම්ය. එතරම් සංඛ්‍යාවක් මිනිසුන් වාසය කරන්නේ නම් අප පෘථිවිය ඒ සඳහා ප්‍රමාණවත් නොවේ. අපි එය සොයා බලමු: සියළුම සාගර මුහුදු හා ගොඩබිම් ගතහොත් පෘථිවියේ ක්ෂේත්‍ර ඵලය වර්ග කිලෝමීටර් කෝටි 50 ක් පමණ බව අපි දනිමු. එනම් වර්ග මීටර 5,00,00,000,00,00,000 කි.

2,70,000,00,00,000,00,00,000 පෘථිවියේ වර්ග ප්‍රමාණයෙන් බෙදමු. ලැබෙන උත්තරය 54,000. එයින් අදහස් වන්නේ පෘථිවියේ සෑම වර්ග මීටරයකම මිනිසුන් 54,000 ක් බැගින් ජීවත් විය යුතු බවයි.



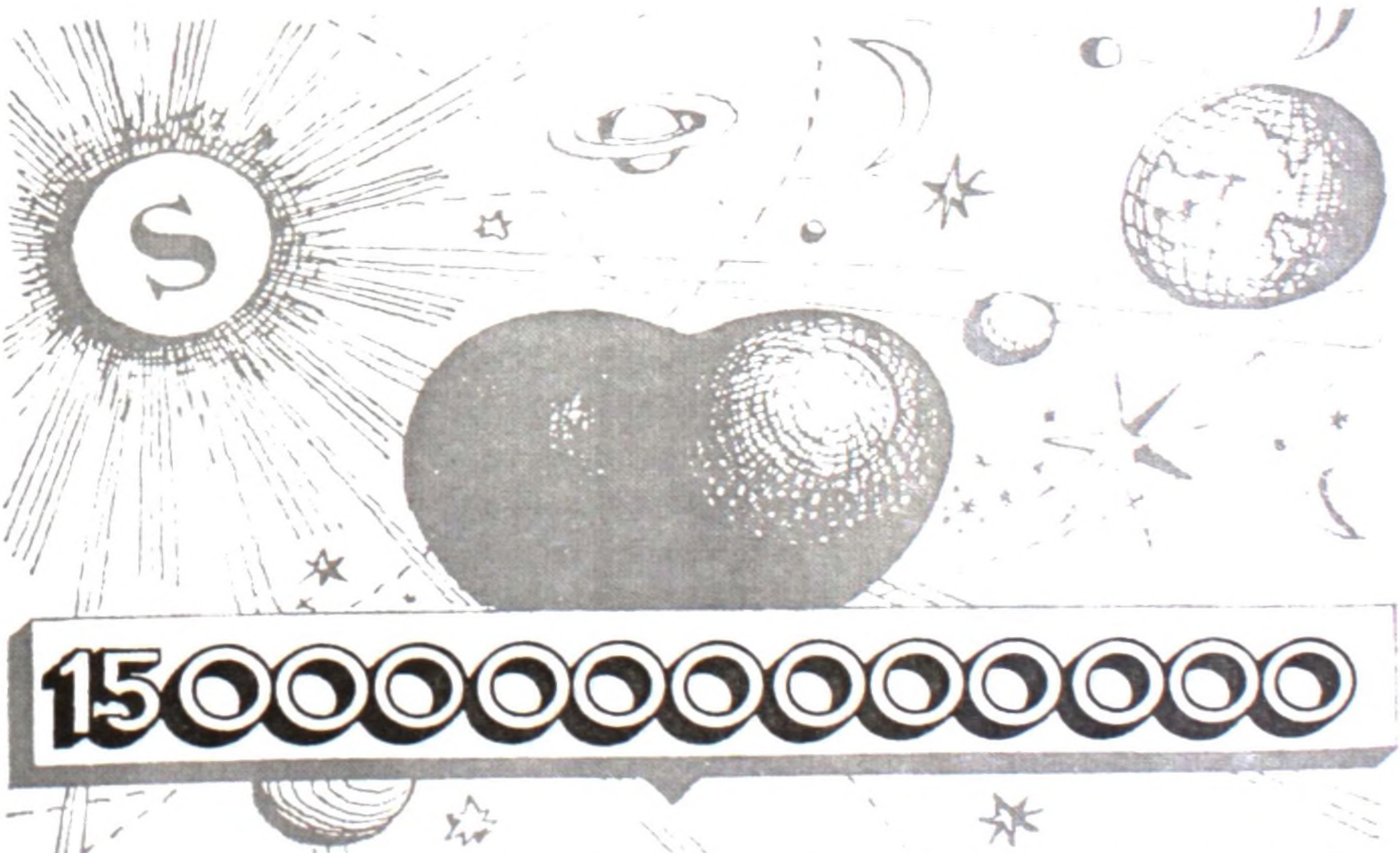
ත්‍රය 58. ලේවල ඇති රක්තාණු.

මිනිස් ශරීරය තුළද යෝධ සංඛ්‍යා හමුවන බව අපි සඳහන් කළෙමු. අප ශරීරයේ ඇති ලේ නිදර්ශනයක් ලෙස ගත හැක. ලේ බිංදුවක් අණු දක්නයක් තුළින් බැලූ විට එහි ඉතා විශාල සංඛ්‍යාවක් ''ඉතා කුඩා රක්තාණු'' ඇති බව අපට පෙනේ.ඒ සෑම ''රක්තාණුවක්ම මැදින් වක්ව ඇති පැතලි රවුම් කොට්ටයක්(චිත්‍රය 58)සිහිගත්වයි.මිනිස් ශරීරයේ ඇති රක්තාණුවල ප්‍රමාණය බොහෝ විට එක සමානය. එහි විෂ්කම්භය මිලිමීටර 0.007 ක් වන අතර ඝනකම මිලිමීටර 0.002 ක් පමණ වේ.

එහෙත් ලේවල ඇති රක්තාණු සංඛ්‍යාවෙන් ඇති විශාලය. ඝන මිලි මීටරයක් පමණ වන ඉතා කුඩා ලේ බිංදුවක රක්තාණු 50 ලක්ෂයක් පමණ ඇති බව ගණන් බලා තිබේ. එසේනම් අපේ ශරීරය තුළ ඇති රක්තාණු සංඛ්‍යාව කොපමණද? මිනිසාගේ බර කිලෝග්‍රෑම් ගණන ඔහුගේ ශරීරයේ ඇති ලේ ලීටර ගණන මෙන් 14 ගුණයක් පමණ බව අපි දනිමු. ඔබේ බර කිලෝග්‍රෑම් 40 ක් යයි සිතමු. ඒ අනුව ඔබේ ශරීරයේ ඇති ලේ ප්‍රමාණය ලීටර 3 කි, නැතහොත් ඝන මිලිලීටර 30,00,000 කි. එක ඝන මිලි ලීටරයක රක්තාණු 50 ලක්ෂයක් පමණ ඇති නිසා ශරීරයේ ඇති රක්තාණු සංඛ්‍යාව

$$50,00,000 \times 30,00,000 = 15,00,000,00,00,000.$$

මෙම රක්තාණු සංඛ්‍යා එක පෙළට තැබුවහොත් ඉන් ලැබෙන පේළියේ දිග ප්‍රමාණය කොපමණද? එවැනි රක්තාණු පෙළක දිග කිලෝමීටර 1,05,000 ක් පමණ වේ. එය ගණනය කිරීම අපහසු නොවේ. ඔබ ශරීරයේ ඇති රක්තාණුවලින් සාදන නූලක දිග කි. මීටර ලක්ෂයකට වඩා වැඩිය. පෘථිවි නිරක්ෂය වටා එම නූල $1,00,000 : 40,000 = 2.5$ වතාවක්



චිත්‍රය 59. වැඩුණු මිනිසකුගේ ලේවල ඇති රක්තානුවලින් පිළියෙළ කරන නූලකින් පෘථිවිය තුන් වතාවක් එතිය හැක.

එකිමට පුළුවන. වැඩුණු මිනිසකුගේ ලේවල ඇති රක්තාණු තුලකින් තුන් වතාවක් පෘථිවිය එතිය හැක.

රක්තාණු එසේ කුඩා වීම නිසා ඉන් අප ශරීරය සඳහා වන වැදගත්කම ගැන අපි දැන් සොයා බලමු. අම්ලකර වාතය ශරීරය පුරා ගෙනයාම රක්තාණුවලින් සිදුවන සේවයයි. ලේ පෙනහැල්ල තුළින් ගමන් කරන විට රක්තාණු අම්ලකර වායුව උරාගනී. නැවත අප ශරීරයේ පෙනහැලි-වලට දුරින් පිහිටි සෛල කරා ලේ ගමන් කරන විට රක්තාණු අම්ලකර වායුව පිට කරයි. එම වස්තුවල ප්‍රමාණ කුඩාවූ තරමට එයට හිමි කාර්ය කොටස කිරීමට එයට හැකිවනු ඇත. එම වස්තු කුඩා වූ විට එමෙන්ම සංඛ්‍යාවෙන් විශාල වූ විට ඒවාහි පෘෂ්ඨයද විශාල වේ. රක්තාණුවලට අම්ලකර වායු උරාගැනීමට හා පිටකිරීමට හැක්කේ තම පෘෂ්ඨ මාර්ගයෙන් පමණකි. මෙම රක්තාණුවල පෘෂ්ඨයේ පොදු වර්ග ඵලය මිනිසාගේ ශරී-රයේ වර්ග ඵලයට වඩා වැඩිවන අතර එය වර්ග මීටර 1200 කට පමණ සමාන වන බව ගණන් බලා ඇත. මීටර 40 ක් දිග හා මීටර 30 ක් පළල විශාල එළවළු කොටුවක වර්ග ඵලයට මෙය සමානය. අප ලේවල ඇති රක්තා-ණුවල ප්‍රමාණයෙන් කුඩා බව හා සංඛ්‍යාවෙන් විශාල බව අප ජෛන්ද්‍රි-යයන්ගේ පැවැත්ම සඳහා කොතරම් වැදගත් දැයි දැන් ඔබට වැටහෙනවා ඇත. ඒවාට අප ශාරීරිය පෘෂ්ඨය මෙන් දහස් ගුණයකින් විශාල වූ පෘෂ්ඨයකින් අම්ලකර වායුව උරාගෙන නැවත පිටකළ හැකිය.

එක් මිනිසෙකු අවුරුදු 70 ක් ඇතුළතදී ආහාර සඳහා ගන්නා විවිධ ආහාර වර්ග ගණන් බැලුවහොත් ලැබෙන සංඛ්‍යා සත්‍ය ලෙසම යෝධ සංඛ්‍යා ලෙස අපට හැඳින්විය හැකිය. එක මිනිසකු තම ජීවිත කාලය තුළදී ගන්නා බත්, කිරි, පාන්, මස්, වතුර, මාළු, අර්තපල් හා වෙනත් එළවළු වර්ග ගෙන යෑම සඳහා විශාල බඩු ගෙනයන දුම්රියක් අවශ්‍යවනු ඇත.