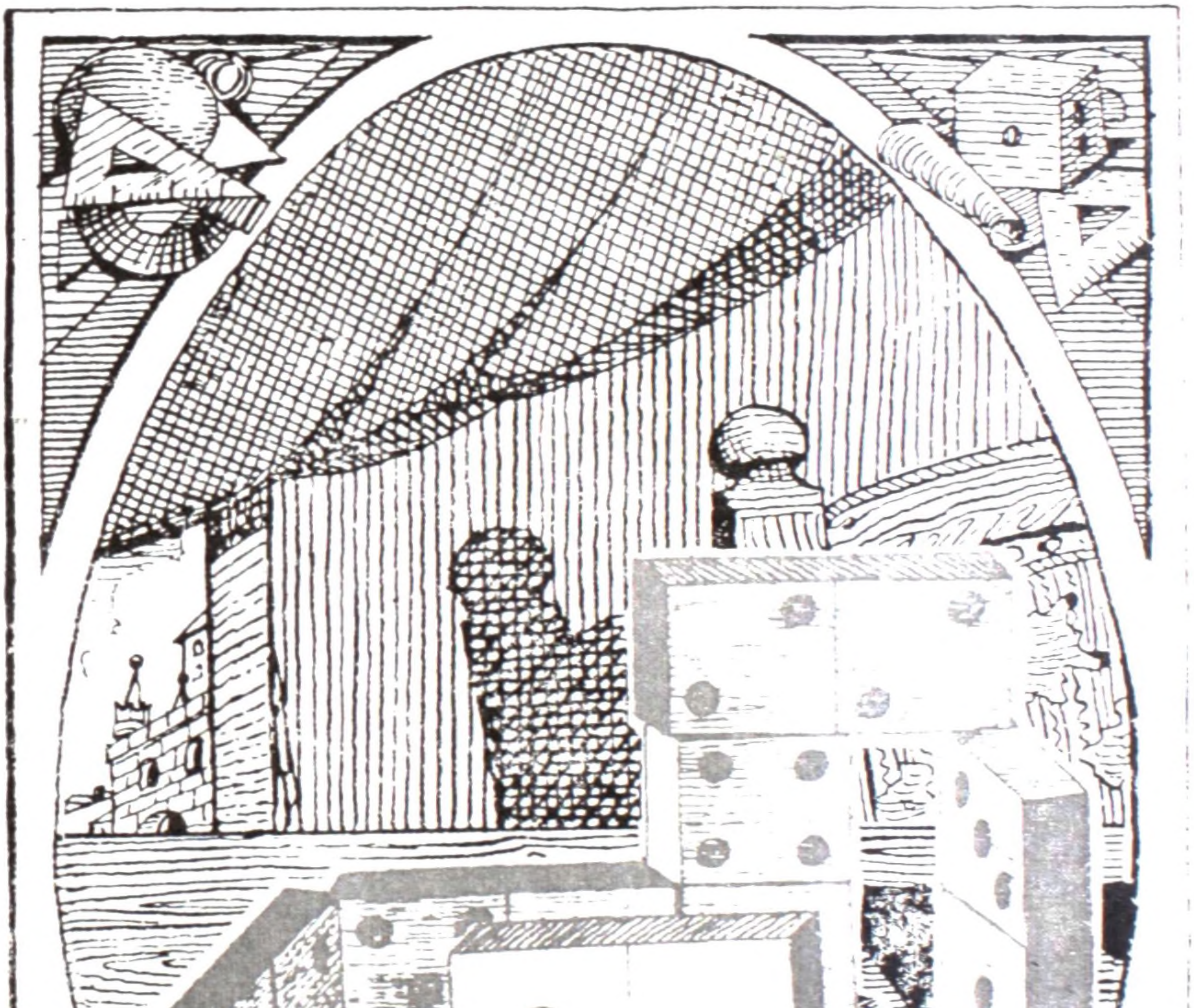
2

ගණිතමය ක්‍රීඩා



ඩොමිනෝ දදු ක්‍රීඩාව

14. ඩොමිනෝ දදු කැට 28 ක දමය

ඩොමිනෝ දදු ක්‍රීඩාවේ නීතිවලට එකඟව දදු කැට 28 කින් එකම අඛණ්ඩ දමයක් පිළියෙළ කළ හැක්කේ මක් නිසාද?

15. දමයේ ආරම්භය හා අවසානය

ඩොමිනෝ දදු කැට 28 එකම දමයක් ලෙස තැබූ පසු එහි එක් කොනක ලකුණු 5 ක් ඇති දදු කැටය ඉතිරි විය.

එහි අනෙක් කොනේ ඇති දදු කැටයේ ලකුණු සංඛ්‍යාව කියද?

16. ඩොමිනෝ ඇස්බැඳුම

ඔබේ මිතුරෙක් ඩොමිනෝ දදු කැටවලින් එකක් රැගෙන ඉතිරි දදු කැට 27 න් අඛණ්ඩ දමයක් සැදෙන ලෙස ඒවා පෙළට තැබීමට ඔබට කියයි. කුමන හෝ දදු කැටයක් නොමැතිව වුවද එසේ කළ හැකි බව ඔහු ස්ථිරව කියා සිටී. පසුව ඔහු ඔබ ඩොමිනෝ දදු කැට තබන්නේ කොයි ආකාරයටදැයි නොදැකීමට අසල කාමරයට යයි.

ඔබ එය කිරීමට පටන්ගත් විට ඔබේ මිතුරා නිවැරදි බව ඔබට වැටහේ: ඩොමිනෝ දදු කැට 27 අඛණ්ඩව එකම දමයක් ලෙස තැබිය හැකිය. වඩාත් පුදුම සහගත දෙය වෙනකකි. අසල කාමරයේ සිටින ඔබේ මිතුරා ඔබ දදු කැට තැබුවේ කොයි ආකාරයටද නොදැන කොන් දෙකේ ඇති දදු කැටවල ලකුණු සංඛ්‍යාව නිවැරදිව කියයි.

ඔහු එය දැනගත්තේ කෙසේද? ඕනෑම ඩොමිනෝ දදු කැට 27 කින් අඛණ්ඩ දමයක් සෑදිය හැකි බව ස්ථිරව කියා සිටියේ කුමක් නිසාද?

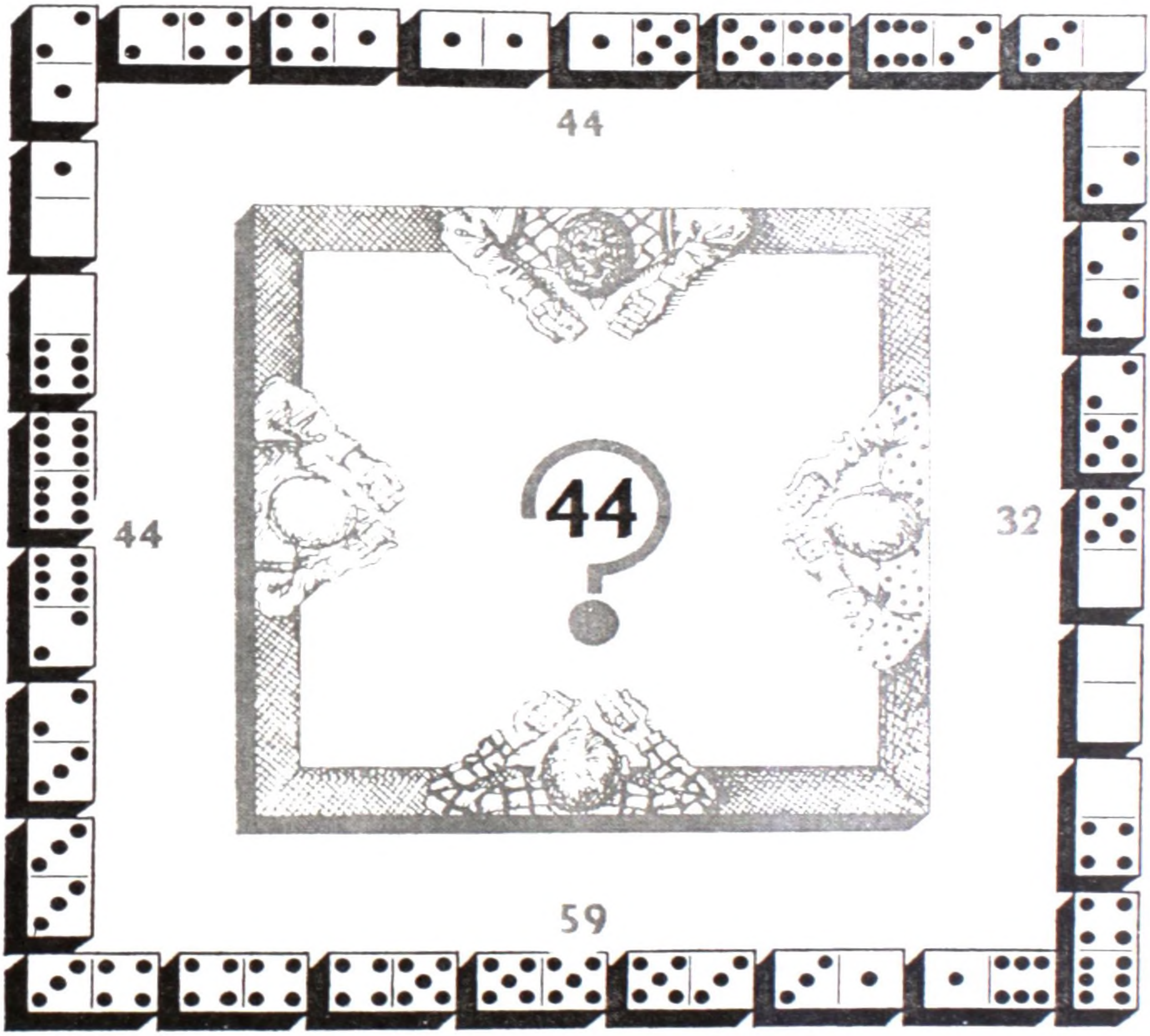
17. රාමුව

ඩොමිනෝ දදු ක්‍රීඩාවේ නීතිවලට එකඟව ඩොමිනෝ දදු කැට තබා ඇති සමචතුරශ්‍ර රාමුවක් 5 වැනි චිත්‍රයෙන් දැක්වේ. රාමුවේ පැතිවල දිග එක සමානය, එහෙත් ලකුණුවල එකතුව අසමානය: ඉහල හා වම්පස පැති දෙකේ ලකුණු 44 බැගින්ද, ඉතිරි පැති දෙකේ ලකුණු 59 හා 32 බැගින්ද ඇත.

සෑම පැතිවලම ලකුණු සංඛ්‍යාව සමාන වන සේ, එනම් සෑම පැත්තකම ලකුණු 44 බැගින් අන්තර්ගතවන සේ සමචතුරශ්‍ර රාමුවක් පිළියෙළ කිරීමට ඔබට හැකිද?

18. සමචතුරශ්‍ර හතක්

ඩොමිනෝ දදු කැට 4 කින් සමචතුරශ්‍රයක් සැදීමේදී සෑම පැත්තකම ලකුණු සංඛ්‍යාව සමානවන ලෙස දදු කැට තෝරා ගත හැකිය. නිදර්ශ-



චිත්‍රය 5.   ඩොමිනෝ දදු කැට රාමුව.

නයක් 6 වැනි චිත්‍රයෙන් දැක්වේ. සෑම පැත්තකම ලකුණුවල එකතුව 11 කි.

ඩොමිනෝ දදු කැට සියල්ලම එක්වර ප්‍රයෝජනයට ගනිමින් එවැනි සමචතුරශ්‍ර හතක් පිළියෙළ කිරීමට ඔබට හැකිද? සමචතුරශ්‍ර හතේම පැතිවල ලකුණු සංඛ්‍යාව සමානවීම අනවශ්‍යයය. වෙන් වෙන් වශයෙන් සෑම සමචතුරශ්‍ර යකම පැති හතරේ ලකුණු සංඛ්‍යාව සමානවීම පමණක් සෑහේ.

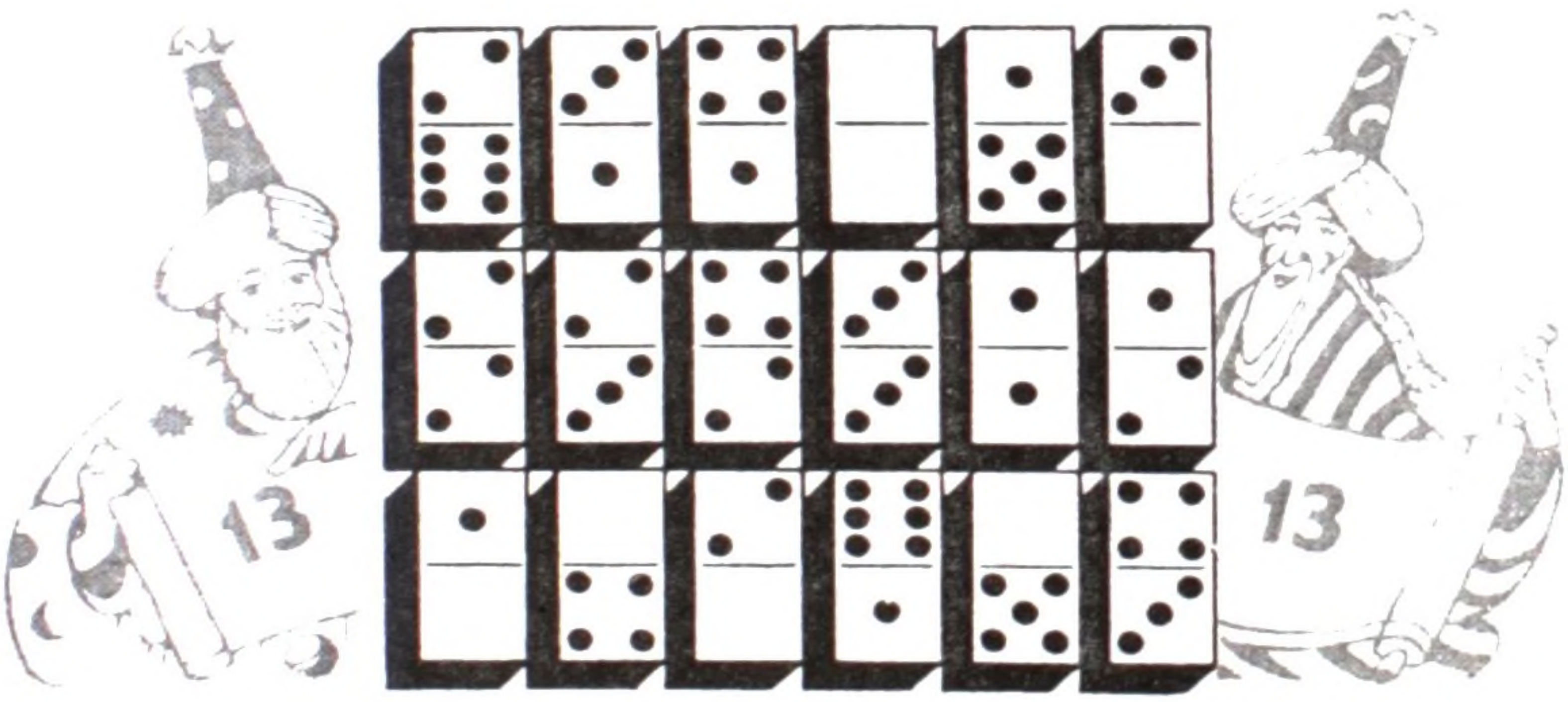
19. ඩොමිනෝ මැජික් සමචතුරශ්‍ර

ඩොමිනෝ දදු කැට 18 කින් පිළියෙළ කරන ලද සමචතුරශ්‍ර යක් 7 වැනි චිත්‍රයෙන් පෙන්නුම් කර ඇත. එහි විශේෂත්වය නම් කොටුවේ

චිත්‍රය 6. ඩොමිනෝ චතුරශ්‍රය.

තිරස්, හරස් හා විකර්ණයන්වන සෑම පේළියකම ලකුණුවල එකතුව 13 ට සමාන වීමය. මෙවැනි කොටු පෙර සිටම ''මැජික් සමචතුරශ්‍රය'' ලෙස හඳුන්වනු ලැබේ.

ඩොමිනෝ දදු කැට 18 කින් පිළියෙළ කළ හැකි එවැනි මැජික් සමචතුරශ්‍රය කීපයක් සාදන්න. පේළිවල ලකුණු සංඛ්‍යාව 13 ට සමාන විය යුතු නැත. ඩොමිනෝ දදු කැට 18 කින් පිළියෙළ කළ හැකි මැජික් සමචතුරශ්‍රයේ පෙළිවල ලකුණුවල එකතුවේ අවම සංඛ්‍යාව 13 වන අතර උපරිම සංඛ්‍යාව 23 වේ.



චිත්‍රය 7. ඩොමිනෝ මැජික් සමචතුරශ්‍රය.

චිත්‍රය 8. ඩොමිනෝ ශ්‍රෙධීය.

20. ඩොමිනෝ ශ්‍රෙධීයක්

8 වැනි චිත්‍රයෙන් ඩොමිනෝ දදු ක්‍රීඩාවේ නීතිවලට එකහව තබා ඇති දදු කැට 6 ක් දැක්වේ. මෙහි විශේෂත්වය නම් සෑම දදු කැටයකම (සෑම දදු කැටයකම කොටස් දෙකේම එකතුව) ලකුණු 1 ගණනේ ආරෝහණය වීම ය. ශ්‍රෙණිය 4න් ආරම්භ වී ඊ ළඟ ලකුණු සංඛ්‍යා දක්වා ආරෝහණය වේ:

4; 5; 6; 7; 8; 9.

එකම රාශියකින් ආරෝහණය (හෝ අවරෝහණය) වන සංඛ්‍යා ශ්‍රේණිය ''සමාන්තර ශ්‍රේඪිය'' ලෙස හැඳින්වේ. අප විසින් දෙන ලද ශ්‍රේණියේ සෑම සංඛ්‍යාවක්ම පූර්ව සංඛ්‍යාවට වඩා 1 කින් වැඩිය; එහෙත් ශ්‍රේඪියක අන්තරය ඕනෑම සංඛ්‍යාවක් විය හැකිය.

ඩොමිනෝ දදු කැට හයේ එවැනි ශ්‍රේඪී කීපයක් පිළියෙළ කරන්න.

පහලොවේ ක්‍රීඩාව

අංක 15 ක් දක්වා ලකුණු කර ඇති චතුරශ්‍ර පහලොවකින් යුත් සමචතුරශ්‍රකාර ජනප්‍රිය දම් පෙට්ටිය කුතුහල උපදවන ඉතිහාසයක් ඇත්තකි. එය ගැන ජර්මන් ගණිතඥයෙකු හා ක්‍රීඩා පර්යේෂකයෙකු වන වී. ආරන්ස් මෙසේ පවසා ඇත.

''අඩ ශතවර්ෂයකට පමණ පෙර — 1870-1880 අවුරුදුවලදී — පහලොවේ ක්‍රීඩාව ඇමෙරිකා එක්සත් ජනපදයේ එළි දැක වැඩි කල් නොගොස්ම ප්‍රචලිත විය. එම ක්‍රීඩාවට ඇබ්බැහි වූ අසංඛ්‍ය සංඛ්‍යාත උද්‍යෝගිමත් ක්‍රීඩකයින් නිසා එය සමාජ විපතක් බවට පත්විය.

''යුරෝපයේද එතෙර සිදු වූ දෙයම සිදුවිය. අශ්ව කරත්තයේ යන විට පවා මෙම ඉත්තන් 15 ක් ඇති දම් පෙට්ටිය මගින් අත තිබෙනවා දැක්ක හැකි විය. කාර්යාලවල සහ කඩ සාප්පුවල සේවකයින් මෙම ක්‍රීඩාවට බොහෝ සේ ඇබ්බැහි වූ නිසා සේවා වේලාවේදී ක්‍රීඩාව තහනම් කිරීමේ නීති පැනවීමට පවා හාම්පුතුන්ට සිදුවිය. එම අවස්ථාව ප්‍රයෝජනයට ගත් විනෝද සමාජ ශාලා හිමියෝ මහා ක්‍රීඩා තරඟ පවා සංවිධානය කළහ.

චිත්‍රය 9. 15 වේ ක්‍රීඩාව.

''මෙම ක්‍රීඩාව ජර්මන් රෙයිහ්ස්ටාග්-හි මන්ත්‍රණ ශාලා දක්වාද පැතිර ගියේය. ප්‍රසිද්ධ භූගෝල විද්‍යාඥයෙකු හා ගණිතඥයෙකු වන, ක්‍රීඩා වසංගතය අවධියේ රෙයිහ්ස්ටාගහි මන්ත්‍රී වරයෙකුව සිටි සිග්මුන්ඩ් ග්‍යුන්ටර් එය සිහියට නංවමින් මෙසේ පවසයි: ''රෙයිහ්ස්ටාග්හි හිස පැසුණු මිනිසුන් තම අත්වල ඇති හතුරැස් පෙට්ටිය දෙස ඉතා අවධානයෙන් බලා සිටි හැටි එය දූන් සිදුවූවාක් මෙන් පෙනේ.''

''පැරිස්හි උද්‍යානවලද එළිමහන්වලද මෙම ක්‍රීඩාවේ යෙදී සිටින මිනි-

සුන් දැක්ක හැකි විය. කල් නොගොස්ම නගරාසන්න පෙදෙස්වලටද එය පැතිර ගියේය. ''අන්තරාදයක ලෙස බිල්ල තම දැලෙහි පටලවා ගැනීමට සූදනම් මෙම දිවකුළුවා දැල් නොබැඳි එකද ගොවි නිවසක්වත් නොමැති විය'' යි එක් ප්‍රංශ ගත්කතුවරයෙක් ලිව්වේය.

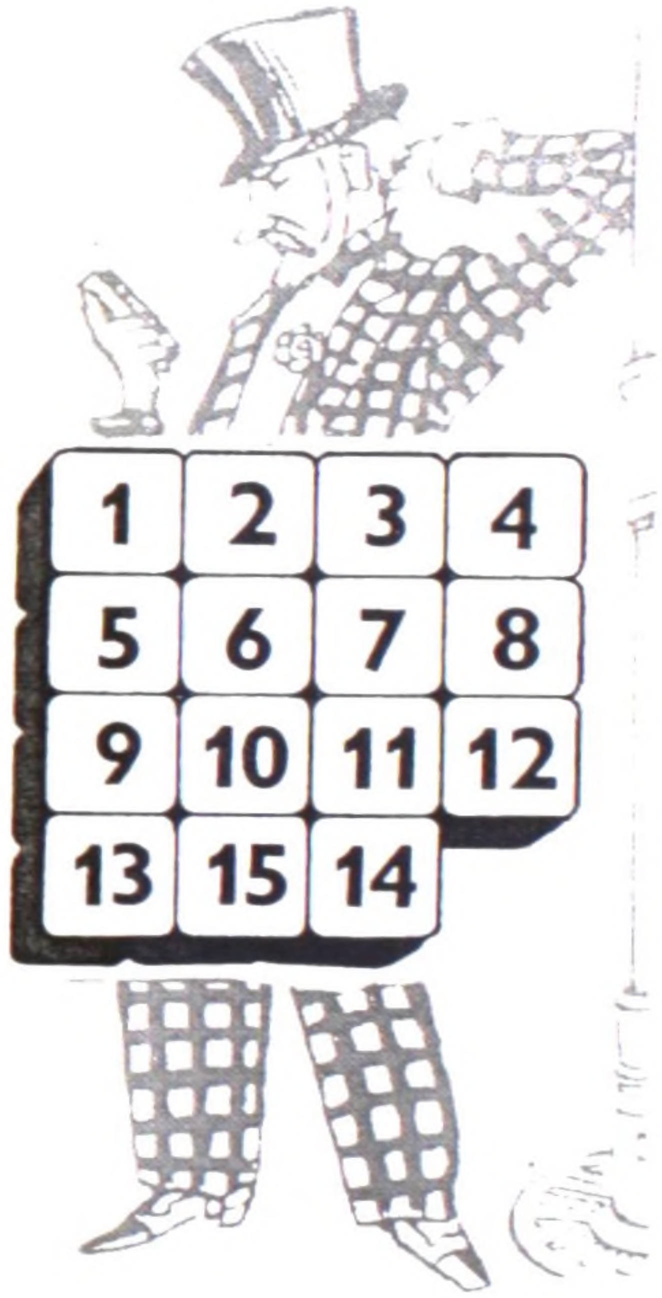
''1880 දී මෙම ක්‍රීඩා වසංගතය තම උච්චම ස්ථානයට පැමිණි නමුත් පසුව මෙම භයංකාර සත්වයා ගණිතමය අවියේ ආධාරයෙන් පරාජයට පත්කරන ලදි. ඉදිරිපත් කළ හැකි අධික සංඛ්‍යාවක් වන ගැටළුවලින් අඩක් පමණක් විසඳිය හැකි බව ක්‍රීඩාවේ ගණිතමය න්‍යායය සොයාගත්තේය. අනෙක් අඩ කිසිම ක්‍රමයකින් හෝ විසඳිය නොහැකිය.

''සමහර ගැටළු කෙසේවත් විසඳිය නොහැකි වූයේනම්, තරඟ සංවිධායකයෝ ජයග්‍රාහකයින්ට විශාල තෑගි මුදල් දෙන බවට ප්‍රසිද්ධ කළේත් කුමක් නිසාදැයි පැහැදිලි විය. මෙහිදී ධාව සොයාගත් තැනැත්තා සියල්ලටම ඉහළින් සිටියේය. ඔහු මෙම ගැටළුවක් විසඳීම සඳහා ඩොලර් 1,000 ක තෑගි මුදලක් නිව්යෝර්ක්හි ඉරුදින පුවත්පතක මාර්ගයෙන් ඉදිරිපත් කළේය. පුවත්පතේ ප්‍රකාශකයින් එයට වැඩි කැමැත්තක් නොදැක්වූ නිසා එම මුදල තම පසුම්බියෙන් ගෙවීමට ඔහු සූදනම් බව පැවසීය. මොහුගේ නම සැමුවෙල් (සැම්) ලොයිඩ්ය. අපූර්ව ගැටළු හා ප්‍රහේළිකා රාශියක් සොයාගත් තැනැත්තා වශයෙන් ඔහු ඉතා ප්‍රසිද්ධ විය.''

මෙම ක්‍රීඩාවේ ඉතිහාසය පිළිබඳ ඔහුගේ විස්තරයක් පහත පළකරමු.

''පහළොවේ ක්‍රීඩාව නමින් ප්‍රසිද්ධ වූ (10 වැනි චිත්‍රය) ඉත්තන් 15 ඇති දම් පෙට්ටිය සමග මොළය වෙහෙසීමට 1870 ගණන්වලදී මා මුළු ලෝකයම පෙළඹවූ සැටි එකල ජීවත්වූවන්ට මතකය. හතරස් පෙට්ටියක ඉත්තන් 15 ක් අනුක්‍රමයෙන් තබා ඇත. 14 වැනි හා 15 වැනි ඉත්තන් 11 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්වා ඇති පරිදි මාරු කරනු ලැබේ. ගැටළුව මෙයයි: ඉත්තන් පෙට්ටියෙන් ඉවතට නොගෙන 10 වැනි රූපයේ පෙන්නුම් කර ඇති පරිදි, පෙට්ටිය තුළ ඉත්තන් ඇදීමෙන් 1 සිට 15 දක්වා නිවැරදි අනුක්‍රමයට ඉත්තන් ගෙන එන්න. 14 වැනි හා 15 වැනි ඉත්තන් නිවැරදි ස්ථානයේ තිබිය යුතුයි.

''සියළු දෙනම එම ගැටළුව විසඳීමට බොහෝ වෙහෙස වූවද ඩොලර් 1,000 ක තෑගි මුදල ලබාගැනීමට කිසිවකුටද නොහැකි විය. මෙම ගැටළුව නිසා තම කඩසාප්පු විවෘත කිරීමට අමතක වූ වෙළෙන්දන් ගැනද, ගැටළුව විසඳීමේ මාර්ගයක් සොයමින් මුළු රැයම වීදි ලාම්පු කණු අසල ගතකළ උසස් නිලධාරීන් ගැනද හාස්‍යජනක කතා අසන්නට ලැබිණි. ළඟ ළඟම ඇති වාසිය පිළිබඳ දැඩි විශ්වාසය නිසා පිළිතුරු සෙවීමේ මාර්ගයෙන් ඉවත්වීමට කිසිවෙක් කැමැති නොවූහ. මෙම ක්‍රීඩාව නිසා නාවිකයන් තම නැව් වැල්ල මත නැවැත්වූ බවටද, දුම්රිය රියදුරන් දුම්රිය ස්ථානයන්හි නොනවත්වා දුම්රිය පැදවූ බවටද ගොවියන් උදලු හා නගුල් අතහැර දැමූ බවටද කතා පැතිර ගියහ.''



චිත්‍රය 10. ඉත්තන්ගේ සාමාන්‍ය පිහිටීම (1 වැනි පිහිටීම).

චිත්‍රය 11. විසඳිය නොහැකි අවස්ථාව (2 වැනි පිහිටීම).

* * *

මෙම ක්‍රීඩාවේ මූලික න්‍යායය අපි දැන් සලකා බලමු. පොදුව ගත්කල එය ඉතා සංකීර්ණය, එසේම උසස් ගණිතය (නිශ්චායක සිද්ධාන්තය) හා සමග දැඩිව සම්බන්ධය. වී. ආරන්ස් විසින් ඉදිරිපත් කරන ලද සමහර අදහස් පමණක් අපි සලකා බලමු.

''ඔබ කළ යුත්තේ හිස් ක්ෂේත්‍රය උපයෝගී කරගෙන අනුක්‍රමීය ලෙස ඇදීමෙන් ඉත්තන් 15 ඕනෑම ආරම්භක පිහිටීමක සාමාන්‍ය නිවැරැදි පිළිවෙළට ගෙන ඒමය. එනම් අංක පිළිවෙළට සිටින සේ ඉත්තන් ඇදීමය. ඉහළ පේළියේ වම්පස කොණෙහි 1 ද, පසුව 2, 3,හා දකුණුපස කොණෙහි 4 ද, ඊ ළඟ පේළියෙහි වමේ සිට දකුණට 5, 6, 7 හා 8 ආදී වශයෙනි. නිවැරැදිව අවසාන වශයෙන් ඉත්තන් ඇදීමෙන් පසු තත්වය 10 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්වා ඇත.

''දැන් පෙට්ටියෙහි ඉත්තන් මිශ්‍රකර අවුල් සහගතව තබා ඇතැයි සිතමු.

ඉත්තන් ඇදීමෙන් අංක 1 දරන ඉත්තා රූප සටහනේ පෙන්වා ඇති පරිදි නියමිත ස්ථානයට ගෙනඒමට සැමවිටම පුළුවන.

''එලෙසම අංක 2, 3 හා 4 දරන ඉත්තන්ද 1 වැනි අංකය දරන ඉත්තා නොසොලවා නිවැරදි ස්ථානයට ගෙනඒමට පුළුවන: එම ඉත්තන් අහම්බෙන් හෝ පහළ දෙපේළියන්හි පිහිටා ඇත්නම් ලෙහෙසියෙන් එම පෙදෙසට ගමන් කරවා පසුව නිවැරදි ස්ථානයට ගෙනයා හැකිය. දැන් ඉහළ පේළිය 1, 2, 3, 4 යන පිළිවෙළට ඇත. ඉතිරි පේළිවල ඉත්තන් ඇදීමේදී අපි එම පේළියේ ඉත්තන්ට අත නොගැසිය යුතුය: පළමු ආකාරයටම දෙවැනි පේළියද පිළිවෙළට තැබීමට උත්සාහ ගනිමු. එය අසීරු නොවන බව ඔබටම පැහැදිලි වනු ඇත පසුව ඊ ළඟ දෙපේළියේද ඉත්තන් 9 හා 13 අංක පිළිවෙලට ගෙන ආ යුතුය. එයද ලෙහෙසියෙන් කළ හැක්ය. අංක පිළිවෙළට ගෙනන ලද, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 සහ 13 යන ඉත්තන්ගෙන් එකද ඉත්තෙක්වත් පසුව නොසොල්වන්න; ඉතිරිව ඇත්තේ කොටු 6 කි. ඉන් එක් කොටුවක් හිස්ව ඇති අතර අනෙක් කොටු 5 අක්‍රමික ලෙස අංක 10, 11, 12, 14, 15 යන ඉත්තන් පිහිටා ඇත. එම කොටු හය තුළ ඉත්තන් ඇදීමෙන් 10, 11, 12 අංක පිළිවෙළට ගෙනඒමට පුළුවන.

''එසේ ඉත්තන් අංක පිළිවෙළට සකස්කළ පසු 14 හා 15 අංක ඇති ඉත්තෝ පිළිවෙළින් හෝ අපිළිවෙළින් සිටිති (චිත්‍රය 11). ප්‍රායෝගික ලෙස පාඨකයාට මෙය අත්හද බැලිය හැකිය. අපි ඊ ළඟ ප්‍රතිඵල පරීක්ෂා කර බලමු.

''ඕනෑම ආරම්භක පිහිටීමක් 10 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්නුම්කර ඇති පිහිටීම කරා (පළමුවැනි පිහිටීම) හෝ 11 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්නුම්කර ඇති පිහිටීම කරා (දෙවැනි පිහිටීම) හෝ ගෙනආ හැක.

''S නමින් හඳුන්වන යම් පිහිටීමක් පළමුවන පිහිටීම කරා ගෙනඒමට හැකිනම් විලෝම ලෙස පළමුවන පිහිටීම S පිහිටීම දක්වාද ගෙන ආ හැකිය. සෑම ඉත්තෙක්ම ආපසු ඇදිය හැකිය. උදහරණයක් වශයෙන් පළමුවන පිහිටීමේ අංක 12 ඉත්තා හිස් කොටුවට ගෙනආ හැක. එසේම නැවත එම ඉත්තා ආපසු එය පිහිටි ස්ථානයටම ගෙන යා හැක.

''මේ අනුව, එකක් පළමුවැනි සාමාන්‍ය පිහිටීම කරාද අනෙක දෙවැනි පිහිටීම කරාද ගෙනආ හැකි පිහිටීම් ශ්‍රේණි දෙකක් අපට ඇත. අනුලෝම වශයෙන් පළමුවැනි සාමාන්‍ය පිහිටීමේ සිට පළමුවැනි ශ්‍රේණියේ ඕනෑම පිහිටීමක් කරාද, දෙවැනි පිහිටීමේ සිට දෙවැනි ශ්‍රේණියේ ඕනෑම පිහිටීමක් කරාද ඉත්තන් ගෙන ආ හැක. අවසාන වශයෙන් එකම ශ්‍රේණියකට අයිති ඕනෑම පිහිටීම් දෙකක් එකක සිට අනෙකටද ගෙන ආ හැකිය.

''එම පළමුවැනි හා දෙවැනි පිහිටීම් දෙක සම්බන්ධ කළ නොහැකිද? එම පිහිටීම් එකක් අනෙකට ක්‍රාමණය කිරීමට කෙසේවත් නොහැකි බව (විස්තර සහිතව පෙන්වීමට ඉදිරිපත් නොවමු) ස්ථිරවම ඔප්පුකළ හැකිය. එමනිසා බොහෝ සංඛ්‍යාවක්වන ඉත්තන් ඇදිය හැකි ආකාරය විබැදි

ශ්‍රේණි දෙකකට බෙදේ. 1) සාමාන්‍ය පළමුවැනි පිහිටීමට ගෙන ආ හැකි ශ්‍රේණිය. එය විසඳිය හැකිය. 2) දෙවැනි පිහිටීමට ගෙන ආ හැකි ශ්‍රේණිය, එනම් කුමණ අන්දමකින් හෝ සාමාන්‍ය පිහිටීමට ගෙන ආ නොහැකි පිහිටීමය. විශාල තෑගි මුදල් දෙන බවට ප්‍රසිද්ධ කළේ එම පිහිටීම් විසඳීම සඳහාය.

"ඒ ඒ පිහිටීම් පළමුවැනි ශ්‍රේණියට හෝ දෙවැනි ශ්‍රේණියට හෝ අයත් දැයි ඔබ දැනගන්නේ කෙසේද? ඒ සඳහා උදාහරණයක් ගනිමු.

"12 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්වා ඇති පිහිටීම සලකා බලමු.

"පළමුවැනි පෙළෙහි ඉත්තන් පිළිවෙළට තබා ඇත. දෙවන පෙළෙහි අවසාන අංක 9 ඉත්තා හැර අනෙක් ඉත්තන් පිළිවෙළට තබා ඇත. අංක 9 ඉත්තා සාමාන්‍ය පිහිටීමේදී අංක 8 ඉත්තාට හිමි ස්ථානය රැගෙන සිටී. අංක 9 ඉත්තා අංක 8 ඉත්තාට පෙර පිහිටා ඇත. සාමාන්‍ය අනුක්‍රමය කඩ කිරීම "අක්‍රමවත් භාවය" යනුවෙන් හැඳින්වේ. ඉත්තන් වැඩි දුර පිරික්සීමේදී අංක 14 ඉත්තා කෙරෙහිද අක්‍රමවත් භාවයක් පෙණේ. එම ඉත්තා තම සාමාන්‍ය පිහිටීමට වඩා ඉත්තන් තුන්දෙනෙකුට ප්‍රථම (12, 13, 11) පිහිටා ඇත. මෙහිදී අක්‍රමවත් භාවයන් 3 ක් (14, 12 ට පෙරද, 14, 13 ට පෙරද, 14, 11 ට පෙරද) පෙණේ. දැනට අක්‍රමවත්භාවයන් 4 ක් (1 + 3) අපි සොයාගත්තේමු. එසේම අංක 12 ඉත්තා අංක 11 ඉත්තාට පෙරද, අංක 13 ඉත්තා අංක 11 ඉත්තාට පෙරද පිහිටා ඇත. ඉන් අක්‍රමවත් භාවයන් දෙකක් අපට ලැබේ. සියලුම එකතුව හයකි. මේ අනුව පහළ දකුණ කෝණේ කොටුව හිස්වන සේ ඉත්තන් පිළියෙළ කර අක්‍රමවත් භාවයන් මුළු සංඛ්‍යාව සොයාගත යුතුය. අක්‍රමවත්භාවයන්ගේ එකතුව ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් නම් දෙන ලද පිහිටීම සාමාන්‍ය පිහිටීමට ගෙනආ හැකිය. වෙනත් වචනවලින් කියතොත් එය විසඳිය හැකිය. අක්‍රමවත්භාවයන්ගේ එකතුව ඔත්ත සංඛ්‍යාවක් නම් දෙන ලද පිහිටීම දෙවන ශ්‍රේණියට අයත් වේ. එනම් එය විසඳිය නොහැකිය. (අක්‍රමවත් භාවයන්ගේ සංඛ්‍යාව බිංදුව වන විට එය ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලෙස සැලකේ).

"මෙම ක්‍රීඩාවට ගණිතමය පැහැදිලි කිරීමක් දී ඇති නිසා අද එයට කැපවීම හා යටවීම අර්ථ රහිත ය. ක්‍රීඩාවේ නිරවශේෂණ ගණිතමය ප්‍රමේයක් සොයාගෙන ඇත. එම ප්‍රමේය ක්‍රීඩාවේ එකද නොවිසඳූ අංශයක්වත් ඉතිරි කර නොමැත. මෙම ක්‍රීඩාවේ ප්‍රතිඵල වෙනත් ක්‍රීඩාවල මෙන් අහම්බෙන් සිදුවන්නක් මතවත් ක්‍රීඩකයාගේ දක්ෂතාවය මතවත් රඳා නොපවතී. එය සම්පූර්ණයෙන්ම රඳා පවතින්නේ, එයම අනිවාර්ණීය ලෙස නිශ්චය කරන ගණිතමය සාධක මතය."

එම ක්ෂේත්‍රයේ ගැටළු කීපයක් පරීක්ෂා කර බලමු.

ක්‍රීඩාව නිර්මාණකයින් විසින් සාදන ලද විසඳිය හැකි ගැටළු කීපයක් පහත දී ඇත.

21. ලොයිඩ්ගේ පළමුවැනි ගැටළුව

දෙලොස් වැනි චිත්‍රයේ පෙන්වා ඇති පිහිටීම උපයෝගී කර ගනිමින් ඉහළ වම් කොණේ හිස් කොටුවක් ඇතිවන සේ (13 වැනි චිත්‍රය) නිවැරැදි පිළිවෙළට ඉත්තන් ගෙන එන්න.

22. ලොයිඩ්ගේ දෙවැනි ගැටළුව

10 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්නුම් කර ඇති පිහිටීම උපයෝගී කර ගනිමින් පෙට්ටිය 90° කරකවා 14 වැනි චිත්‍රයේ ඇති ආකාරයට පිහිටන සේ ඉත්තන් අදින්න.

චිත්‍රය 12. ඉත්තන්ගේ අක්‍රමවත් පිහිටීම.

චිත්‍රය 13. ලොයිඩ්ගේ පළමුවැනි ගැටළුව.

චිත්‍රය 14. ලොයිඩ්ගේ දෙවැනි ගැටළුව.

23. ලොයිඩ්ගේ තුන්වැනි ගැටළුව

ක්‍රීඩාවේ නීතිවලට අනුව ඉත්තන් ඇදීමෙන් පෙට්ටිය ''මැජික් සමචතුරශ්‍රයක්'' බවට පෙරළන්න. එනම් පෙට්ටියේ සෑම දිශාවකටම එහි සංඛ්‍යා එකතු කළ විට පිළිතුරු 30 වන සේ ඉත්තන් අදින්න.

විසඳීම 14—23

14. විසඳීම සරල කිරීම සඳහා දැනට සියළුම ද්විසංඛ්‍ය දදු කැට (0—0, 1—1, 2—2 ආදී) 7 ඉවත් කරමු. ඒ සෑම දදු කැටයකම ඇති ලකුණු සංඛ්‍යාව 6 වතාවක් දක්වෙන දදු කැට 21 ක් ඉතිරිවේ. උදහරණයක් වශයෙන් ලකුණු හතරේ සංඛ්‍යාව (එක් කොටුවක) පහත පෙන්නුම් කරන දදු කැටවල ඇත:

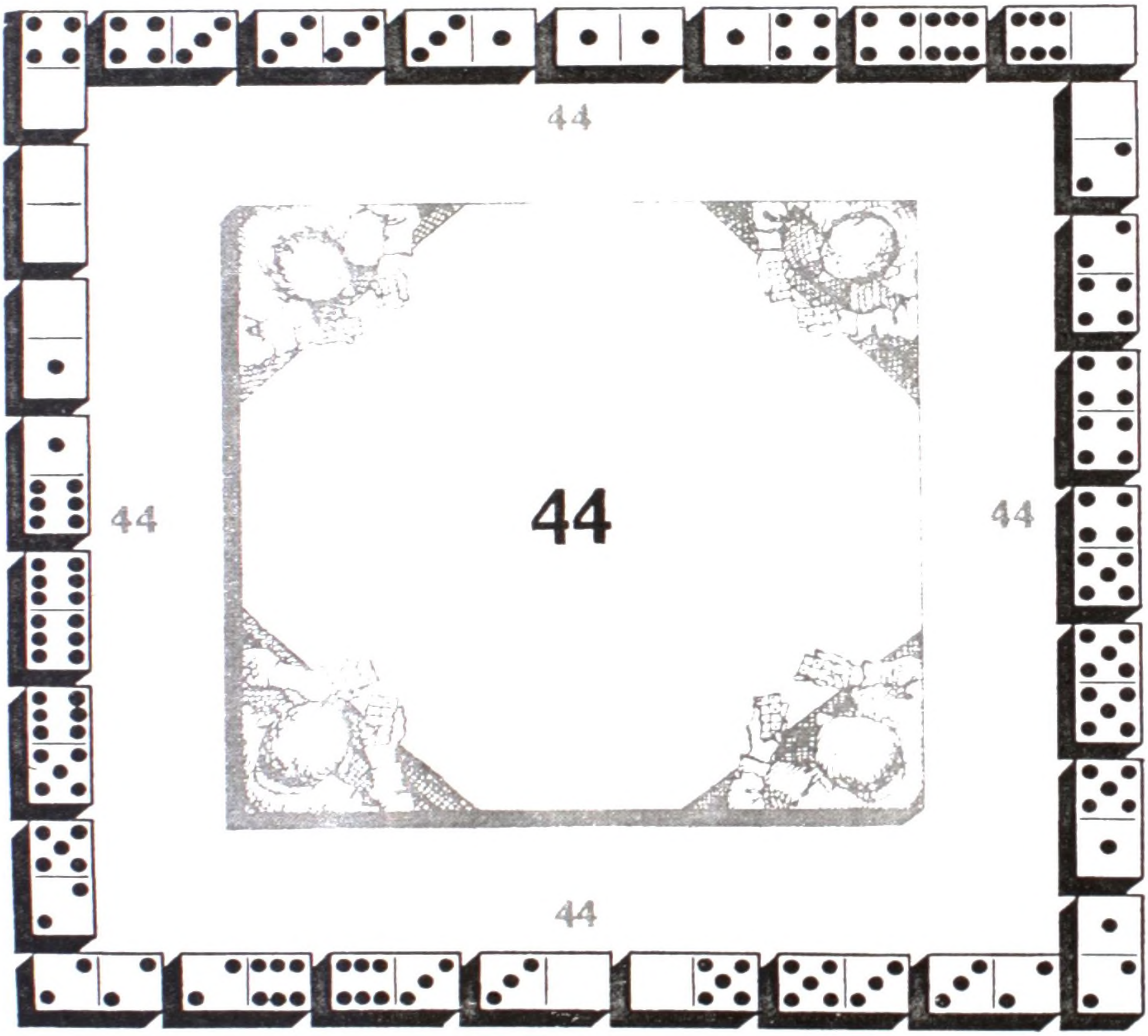
4—0; 4—1; 4—2; 4—3; 4—5; 4—6.

මේ අනුව සෑම ලකුණු සංඛ්‍යාවක්ම නැවත දක්වෙන්නේ ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකින් බව අපට පෙණේ. එවැනි කාණ්ඩයකින් යුත් දදු කැට සමාන ලකුණු සංඛ්‍යා එකට පිහිටින සේ දමයක් සේ තැබිය හැකි බව පැහැදිලිය. මෙසේ දදු කැට 21 ම අඛංඩ දමයක් ලෙස තැබූ පසු 0—0, 1—1, 2—2 ආදී සංධි අතර අප පසෙකින් තැබූ දදු කැට තබමු. ඊට පසු දදු කැට 28 ම ඩොමිනෝ දදු ක්‍රීඩාවේ නීතිවලට අනුව එකම දමයක් ලෙස ඇති බව ඔබට දැකිය හැකිය.

15. ඩොමිනෝ දදු කැට 28 කින් සාදන දමයක අවසාන දදු කැටයේ ලකුණු සංඛ්‍යාව එය ආරම්භ කළ දදු කැටයේ ලකුණු සංඛ්‍යාවට සමාන බව පෙන්වීම අපහසු නැත. එය එසේ නොවේ නම් දමයේ කොන්වල ඉතිරිවන දදු කැටවල ලකුණු සංඛ්‍යාව පුනරාවර්තනය වන වාර ගණන ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකින් පෙන්නුම් නොකළ යුතුය (දමය අභ්‍යන්තරයෙහි ලකුණු යුග වශයෙන් පිහිටා ඇත). සම්පූර්ණ දදු කැට කාණ්ඩයක කැටවල සෑම ලකුණු සංඛ්‍යාවක්ම ඉරට්ට සංඛ්‍යාවකින් පෙන්නුම් කරන වාර ගණනක් එනම් 8 වතාවක් නැවත දක්වෙන බව අපි දනිමු. එමනිසා දමයේ කොන් දෙකේ දදු කැටවල ලකුණු සංඛ්‍යාව අසමාන වන ලෙස දමය පිළියෙළ කිරීම වැරදි විසඳීමකි. එම ලකුණු සමාන විය යුතුය. (මෙවැනි විසඳීම් ගණිතයේ මෙන්ම ''අගයිට විසඳීමක්'' ලෙස හැඳින්වේ.)

අප ඉහත ඔප්පුකළ ඩොමිනෝ දමයේ ගුණාංගයන්ගෙන් පහත දක්වන ප්‍රතිඵල ලැබේ. ඩොමිනෝ දදු කැට 28 කින් යුත් දමයක් කොන් එක්කර සංවෘත වළල්ලක් ලබාගත හැක. එම නිසා සම්පූර්ණ ඩොමිනෝ කාණ්ඩයකින් නිදහස් කොන් දෙකකින් යුත් දමයක් පමණක් නොව සංවෘත වළල්ලක්ද ලබාගත හැකිය.

පාඨකයා තුළ මෙවැනි ප්‍රශ්ණයක් පැන නැගිය හැකිය. එවැනි දමයක් හෝ වෘත්තයක් කී ආකාරයකට පිළියෙළ කළ හැකිද? විස්තරාත්මක විසඳීමක් නොකරම මෙසේ කිව හැකිය. ඩොමිනෝ දදු කැට 28 කින් දමයක් හෝ වෘත්තයක් පිළියෙළ කළ හැකි වෙනස් ක්‍රම කෝටි ලක්ෂ ගණනකටත් වඩා අධිකය. එනම්.



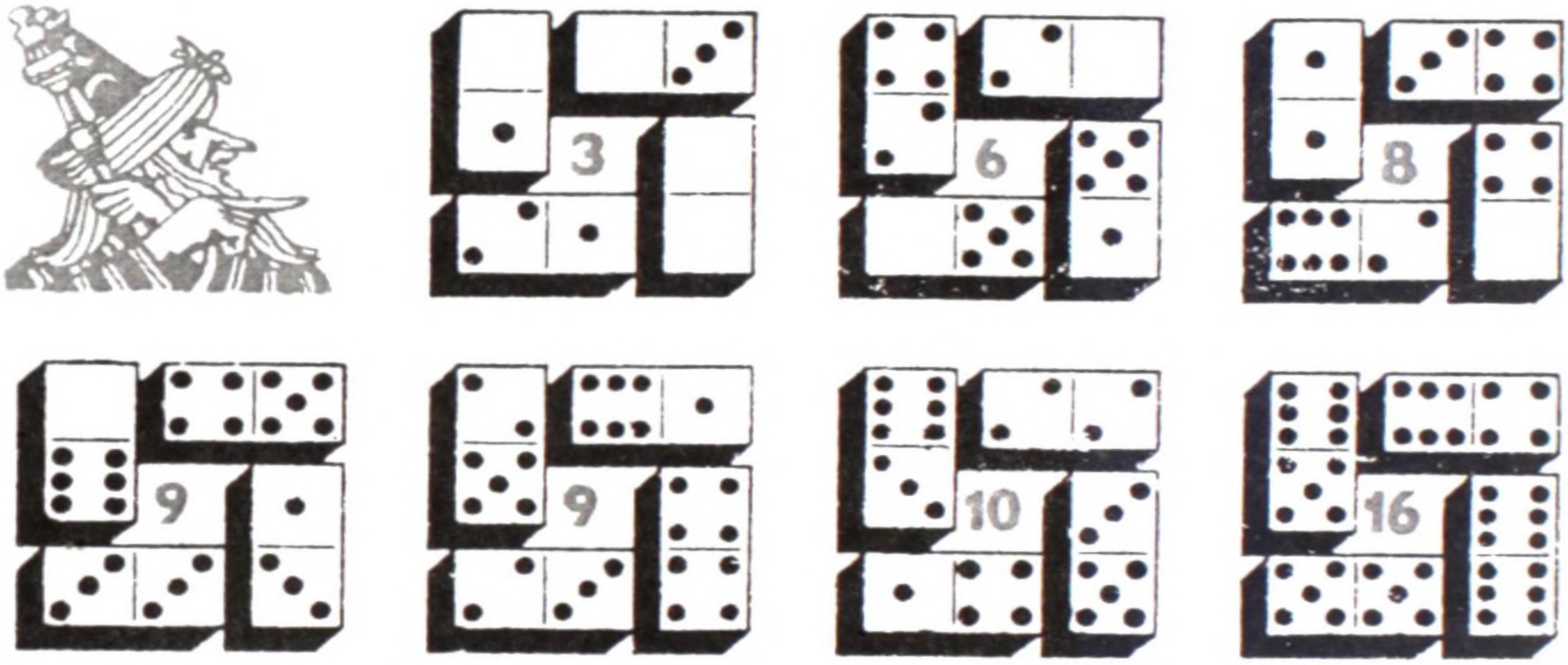
චිත්‍රය 15.

7,95,922,99,31,520 කි.

(එය පහත සාධකයන්ගේ ගුණකිරීමකි: $2^{13} \times 3^{8} \times 5 \times 7 \times 4,231$).

16. මේ ගැටළුවේ විසඳීම අප දැන් විසඳූ ගැටළුවෙන් ලැබේ. ඩොමිනෝ දාදු කැට 28 කින් සංවෘත කවයක් ලැබේ. එම නිසා එයින් එක් දාදු කැටයක් ඉවත් කළහොත්

1) ඉතිරි දාදු කැට 27 න් විබැඳි කොන්වලින් යුත් අඛණ්ඩ දමයක් පිළියෙළ කළ හැකිය;



චිත්‍රය 16.

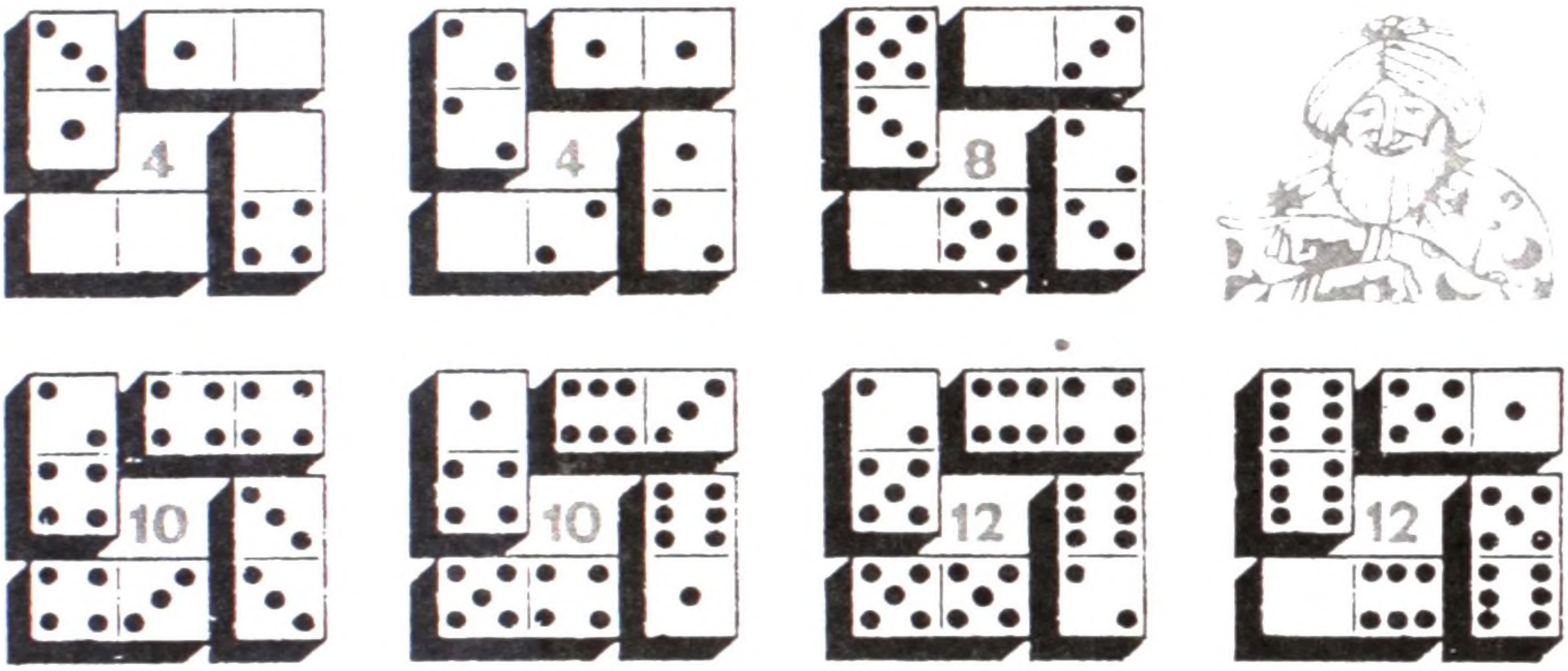
2) එම දමයේ කොන්වල ඇති දදු කැටවල ලකුණු සංඛ්‍යාව ඉවත්කරන ලද දදු කැටයේ ඇති ලකුණු සංඛ්‍යා දෙකට සමානය.

ඩොමිනෝ දදු කැටයක් ඉවත් කිරීමෙන් පසු ඉතිරි දදු කැටවලින් පිළියෙළ කරන දමයේ කොන් දෙකේ දදු කැටවල ලකුණු සංඛ්‍යාව කොපමණදැයි කල් ඇතිවම කිව හැකිය.

17. අඥාත සමචතුරශ්‍රයේ සෑම පැත්තකම ලකුණුවල එකතුව $44 \times 4 = 176$ විය යුතුය. එනම් පූර්ණ ඩොමිනෝ කාණ්ඩයේ ලකුණුවල එකතුවට (168 ට) අටකින් වැඩිය. එය සිදුවන්නේ සමචතුරශ්‍රයේ ශීර්ෂවල ඇති ලකුණු සංඛ්‍යාව දෙවරක් ගණින බැවිනි. එම නිසා ශීර්ෂවල ලකුණු සංඛ්‍යාවේ එකතුව 8 කි. මෙහි විසඳුම සොයාගැනීම තරමක් අසීරු වුවද ශීර්ෂවල ලකුණුවල එකතුව සොයාගැනීම නිසා විසඳුම තරමක් හෝ සරල වේ. විසඳුම 15 වැනි චිත්‍රයේ දැක්වේ.

18. මෙම ගැටළුවට විසඳුම් දෙකක් පමණක් ඉදිරිපත් කරමු. ඒවා බොහෝය. පළමුවැනි විසඳුම (චිත්‍රය 16):

එකතුව	3	සමචතුරශ්‍ර	1
»	6	»	1
»	8	»	1
»	9	»	2
»	10	»	1
»	16	»	1



චිත්‍රය 17

දෙවන විසඳුම (17 වැනි චිත්‍රය):

එකතුව	4	සමචතුරශ්‍ර	2
»	8	»	1
»	10	»	2
»	12	»	2

19. 18 වැනි චිත්‍රයෙන් මැජික් සමචතුරශ්‍රයක් පෙන්නුම් කෙරේ. මෙහි සෑම පෙළකම එකතුව 18 කි.

20. උදාහරණයක් වශයෙන් අන්තරය 2 වන ශ්‍රේඪියක් ඉදිරිපත් කරමු:

a) 0—0; 0—2; 0—4; 0—6; 4—4 (හෝ 3—5); 5—5 (හෝ 4—6).

b) 0—1; 0—3 (හෝ 1—2); 0—5 (හෝ 2—3); 1—6 (හෝ 3—4); 3—6 (හෝ 4—5); 5—6.

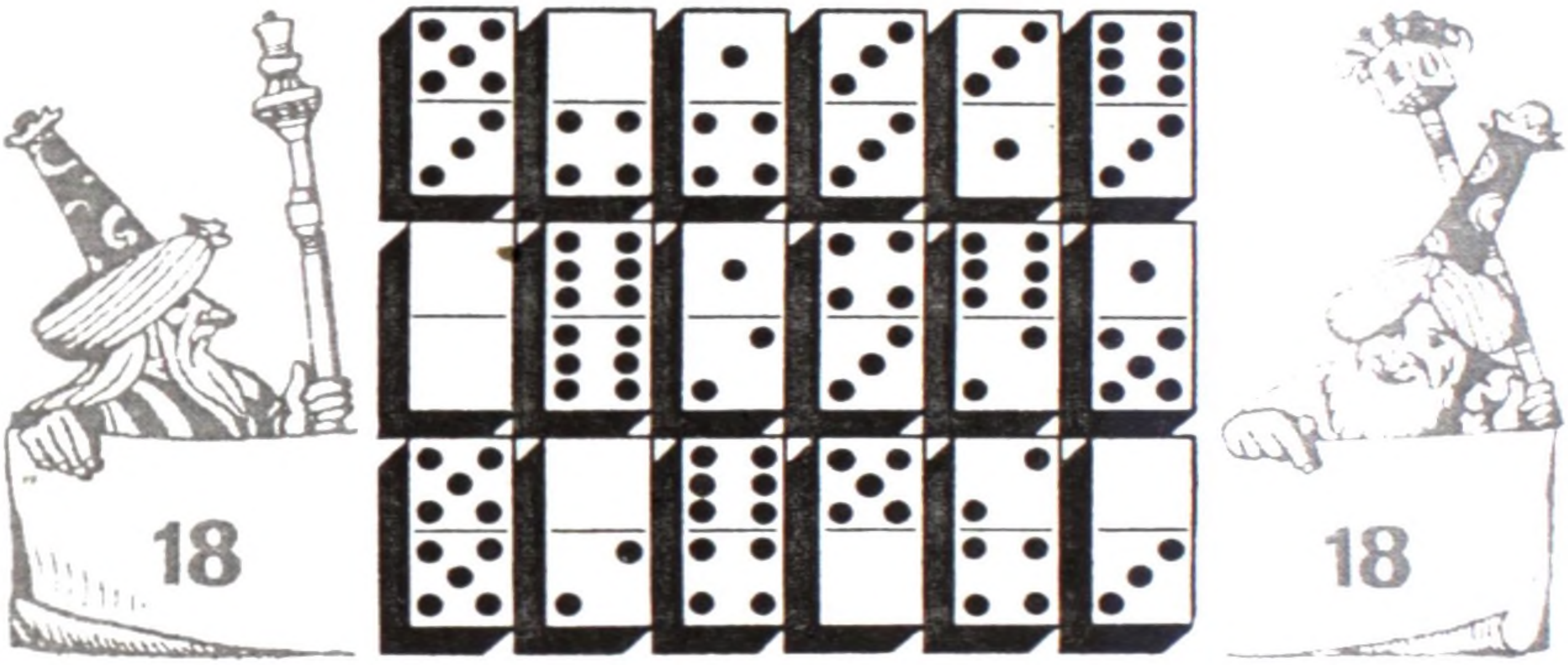
දාදු කැට හයකින් පිළියෙළ කළ හැකි ශ්‍රේඪි 23 කි. එම ශ්‍රේඪිවල ආරම්භක දාදු කැට ඉදිරිපත් කරමු:

a) අන්තරය 1 ක් වන ශ්‍රේඪි:

0—0	1—1	2—1	2—2	3—2
0—1	2—0	3—0	3—1	2—4
1—0	0—3	0—4	1—4	3—5
0—2	1—2	1—3	2—3	3—4

b) අන්තරය 2 ක් වන ශ්‍රේඪි:

0—0; 0—2; 0—1.



චිත්‍රය 18.

21. ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහත ආකාරයට 44 වතාවක් ඉත්තන් ඇදීමෙන් විසඳීම ලබාගත හැකිය:

14, 11, 12, 8, 7, 6, 10, 12, 8, 7,
4, 3, 6, 4, 7, 14, 11, 15, 13, 9,
12, 8, 4, 10, 8, 4, 14, 11, 15, 13,
9, 12, 4, 8, 5, 4, 8, 9, 13, 14,
10, 6, 2, 1.

22. විසඳුම පහත ආකාරයට 39 වතාවක් ඉත්තන් ඇදීමෙන් ලබා ගන්න:

14, 15, 10, 6, 7, 11, 15, 10, 13, 9,
5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 10, 13,
9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12, 15, 14,
13, 9, 5, 1, 2, 3, 4, 8, 12.

23. පහත ආකාරයට ඉත්තන් ඇදීමෙන් එකතුව 30 වන සේ මැජික් සමචතුරශ්‍රය ලැබේ:

12, 8, 4, 3, 2, 6, 10, 9, 13, 15,
14, 12, 8, 4, 7, 10, 9, 14, 12, 8,
4, 7, 10, 9, 6, 2, 3, 10, 9, 6,
5, 1, 2, 3, 6, 5, 3, 2, 1, 13,
14, 3, 2, 1, 13, 14, 3, 12, 15, 3.