වටේ චලනය'' යන්නෙන් තේරුම්ගත හැක්කේ කුමක්ද? එහි අර්ථ දෙකක් තිබෙන්න පුළුවනි. පළමුවැන්න, වස්තුවක් අභ්‍යන්තරගතව ඇති බහිෂ්කාර රේඛාවක් දිගේ චලනය වීමයි. දෙවැන්න, වස්තුව සෑම දිසාවකින්ම නිරීක්ෂණය කිරීමට හැකි වන පරිදි එයට සාපේක්ෂ ලෙස චලනය වීමය. පළමුවැනි තේරුම අනුව ඔබ හතර වතාවක්ම ලේනා වටේ ගිය බව පිළිගත යුතුයි. දෙවැනි තේරුම අනුව ඔබ එක වතාවක්වත් ලේනා වටේ නොගිය බව නිගමනය කළ හැකියි. දෙදෙනාම එකම භාෂාවක් කතා කරනව නම්, වචන ඒකාකාරවම තේරුම් ගන්නවනම් වාද කිරීමට කිසිම හේතුවක් නැති බව දැන් පෙනෙනවා.''

''බොහොම හොඳයි. එය දෙවිධියකින් තේරුම් ගන්න පුළුවනි. එහෙත් නිවැරදි කොයි එකද?''

''ප්‍රශ්නය ඒ විධියට ගොඩනගන්න සිදුවෙන්නේ නැහැ. මොන දෙයක් ගැන වුවත් එකඟත්වයකට ඒමට පුළුවනි. පොදු ලෙස පිළිගන්නා තේරුමක් සමග වඩාත් එකඟ කුමක්දැයි ඇසීම පමණක් යෝග්‍යයි. මම හිතන හැටියට වචනවල නියම අර්ථය සමග පළමුවැන්න වඩාත් එකඟ වෙනවා. හේතුව මෙකයි. අප දන්නා පරිදි සූර්යයා දින 25 කට, 26 කට, පමණ වරක් තම අක්ෂය වටා සම්පූර්ණ වටයක් කරකැවෙනවා.

''සූර්යයා කරකැවෙනවා?''

''ඇත්ත වශයෙන්ම, පෘථිවිය තම අක්ෂය වටා කරකැවෙන්නාක් මෙන්ම. අපි හිතමු සූර්යයා කරකැවෙන්නේ හෙමින් කියලා, එනම් දින 25 කට වරක් නොව දින $365^1/_4$ කට වරක් කියා. එසේ නම් සූර්යයාගේ එක පැත්තක් පමණයි පොලව දෙසට හැරිලා තිබෙන්නේ. එහි විරුද්ධ පැත්ත (පිට) අපට කවදාවත්ම දකින්න ලැබෙන්නේ නැහැ. ඒ හේතුව නිසා පෘථිවිය සූර්යයා වටේ කරකැවෙන්නේ නැත කියා සහතික කරන්න ඉදිරිපත් වන්නේ කවුද?''

''ඔව්, කාරණය දැන් මට තේරෙනවා. මම කොහොමටත් ලේනා වටේ කැරකුණා.''

''මට හොඳ අදහසක් ආවා. විසිර යන්න එපා'' වාදයට කන්දී සිටි අයගෙන් එකෙක් ඉල්ලා සිටියේය. ''වැස්සේ කවුරුවත් ඇවිදින්න නොයන නිසාත් වැස්ස ඉක්මනට නවතින බවක් නොපෙනෙන නිසාත් අපි මේ වගේ ගැටළු විසඳමින් මෙහිම වේලාව ගතකරමු. අපි පටන් අරගෙන තියෙනවා. හැම එක්කෙනාම මොකක් හරි ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරන්න ඕන. මහාචාර්ය තුමා අපේ උත්තරීතර විනිශ්චයකාර තුමා වශයෙන් ක්‍රියා කරනවා ඇති.''

''ඒ ගැටළු වීජගණිතමය හා ජ්‍යාමිතික ගැටළු නම් මම එයට සහභාගි වෙන්නේ නැහැ'' තරුණ කාන්තාවක් විරුද්ධත්වය පැවාය.

''මමත් සහභාගි වෙන්නේ නැහැ'' තවකෙක් එයට සහයෝගය දැක්වීය.

''නැහැ, නැහැ. හැම දෙනාම සහභාගි විය යුතුයි. අපි රැස්වෙලා ඉන්න අයගෙන් ඉල්ලා සිටිමු වීජගණිතමය හා ජ්‍යාමිතික ගැටළු ඉදිරිපත් නොකරන ලෙස. කවුරුත් විරුද්ධ නැහැ නේද?''

''එහෙම නම් එකහයි. පළමු ගැටළුව මම ඉදිරිපත් කරන්නම්.''

''බොහොම හොඳයි! පටන්ගන්න.'' සියළු දෙනම සතුට ප්‍රකාශ කළහ.

2. පාසල් අධ්‍යයන කව කාල සටහන

''අපේ පාසලේ යාන්ත්‍රික වැඩ, වඩුවැඩ, ඡායාරූප ගැනීම, චෙස් හා සංගීත ආදී අධ්‍යයන කව 5 ක් තියෙනවා.'' පාසල් ශිෂ්‍යයෙක් කතාව ආරම්භ කළේය. ''යාන්ත්‍රික වැඩ කවය දින දෙකකට වරක්ද, වඩුවැඩ කවය දින තුනකට වරක්ද, ඡායාරූප කවය දින හතරකට වරක්ද, චෙස් කවය දින පහකට වරක්ද සංගීත කවය දින හයකට වරක්ද පැවැත්-වෙනවා. ජනවාරි 1 වැනිද, කවයන් පහම පැවැත්තුවා. ඊට පසු කාල-සටහනට අනුව නොකඩවාම කවයන්හි පුහුණුවීම් පැවැත්තුවා. ප්‍රශ්නය මෙකයි. අවුරුද්දේ පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළතදී කී වතාවක් අධ්‍යයන කවයන් පහම එකම දිනයකදී පුහුණුවීම් පැවැත්තුවාද?''

''අවුරුද්ද අධික අවුරුද්දක්ද සාමාන්‍ය අවුරුද්දක්ද?''

''සාමාන්‍ය අවුරුද්දක්. එනම් පළමු මාස තුනේ දින 90 ක් ඇතුළත.''

''ඒ ගැටළුවට තවත් ගැටළුවක් එකතුකරන්න මට අවසර දෙන්න'' මහාචාර්ය තුමා ඉල්ලා සිටියේය. ''එම අවුරුද්දේම පළමු මාස 3 ඇතුළත එකම අධ්‍යයන කවයක්වත් පුහුණුවීම් නොපැවැත්වූ දින කීයක් තියෙනවද?''

''හා හා, අපට තේරෙනවා'' හඬක් ඇසිණි. ''ඒ අපිව පටලවන්න අහපු ප්‍රශ්නයක්. කවයන් පහම එකම දිනයේ පුහුණුවීම් පවත්වන එකම දවසක්වත්, එකම කවයක්වත් පුහුණුවීම් නොපවත්වන එකම දවසක්වත් නැහැ. එය පැහැදිලියි.''

''ඒ ඇයි?'' සභාපති ප්‍රශ්න කළේය.

''විස්තර කරන්න මට බැහැ. එහෙත් මට හැඟෙනවා විසඳීම ඉදිරිපත් කළ අයම ඒ ප්‍රශ්නයෙන් පටලවන්න හදනවා වගේ.''

''එය පිළිතුරක් නොවෙයි. ඔබේ හැඟීම හරිද වැරැද්ද හවස දැනගත හැකියි. දැන් ඔබේ වාරයයි.''

3. වැඩියෙන් ගණන් කළේ කවුද?

''යහළුවෝ දෙදෙනෙක් එකතු වී පදික වේදිකාවේ පැයක් තුළ ගමන් කළ මගීන් ගණන් කළා. එකෙක් ගොඩනැගිල්ලක ගේට්ටුව අසල හිටගෙන සිටි අතර අනෙකා පදික වේදිකාවේ ඉහළට හා පහළට සක්මන් කරමින් සිටියා. වැඩියෙන් මගීන් ගණන් කළේ කවුද?''

''සක්මන් කරමින් වැඩිපුර ගණිත්න පුළුවනි'' මෙසයේ අනෙක් කොනින් පිළිතුරක් ඇසිණි.

''උත්තරය රාත්‍රි කෑම වේලාවේදී දැනගන්න. දැන් ඊළඟ තැනැත්තාගේ වාරය.''

4. සීයා සහ මුනුපුරා

''මම දැන් කියන දෙය සිදුවූයේ 1932 දී. ඒ අවුරුද්දේ මගේ වයස හරියටම මම උපන් අවුරුද්දේ අග ඉලක්කම් දෙක පෙන්නුම් කරන සංඛ්‍යාවට සමාන වුණා. මම ඒ අනුපාතිකය ගැන සීයාට කිවාම ඔහු මාව පුදුමයට පත්කරමින් ඔහුගේ වයසටත් එම අනුපාතිකයම ඇති බව කිවා. එය වියනොහැකි දෙයක් ලෙස මට පෙනුනා.''

''ඇත්තටම එය එහෙම වෙන්න බැහැ.'' කවුදෝ කිවේය.

''එය එහෙමයි. සීයා එය ඔප්පුකරලා පෙන්නුවා. අපි දෙන්නගේ වයස කීයද?''

5. දුම්රිය බලපත්‍ර

''මම දුම්රිය ගමන් ප්‍රවේශ පත්‍ර විකුණනවා.'' ඊළඟ ක්‍රීඩාවට සහභාගි වූ කාන්තාව තම ගැටළුව ඉදිරිපත් කිරීම ආරම්භ කළාය. ''බොහෝ දෙනෙක් හිතන්නේ එය ලෙහෙසි කාරියක් බවයි. කුඩා දුම්රිය ස්ථානයක සේවය කරන කෙනෙකුට වුවත් කොපමණ ප්‍රවේශ පත්‍ර විකිණීමට සිදුවේදැයි දන්නේ නැහැ. සෑම මගියෙකුටම එම දුම්රිය ස්ථානයේ සිට එම මර්ගයේ තිබෙන තමන් කැමති ඕනෑම දුම්රිය ස්ථානයකට ප්‍රවේශපත්‍ර ලබාගැනීමට හැකියාවක් තිබිය යුතුයි. එපමණක් නොවෙයි දෙපැත්තටම. මම වැඩකරන්නේ දුම්රිය ස්ථාන 25 ක් ඇති දුම්රිය මාර්ගයක. ඔබ හිතන ලෙස එම දුම්රිය මාර්ගයේ සෑම දුම්රිය ස්ථානයක් සඳහාම එකිනෙකට වෙනස් ප්‍රවේශ පත්‍ර කොපමණ තිබිය යුතුද?''

''දැන් ඔබේ වාරය පයිලට් සහෝදරයා'' මූලාසනය දැනුම් දුන්නේය.

6. හෙලිකොප්ටරයේ ගමන

''ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට කෙලින්ම උතුරු දිශාවට හෙලිකොප්ටරයක් ගියා. එම දිශාවට කිලොමීටර් 500 ක් ගිය හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිර දිසාවට හැරුණා. නැගෙනහිර දිශාවටද කිලෝමීටර් 500 ක් ගිය එය දකුණු දිශාවට හැරී තවත් කිලෝමීටර් 500 ක් ගියා. හෙලිකොප්ටරය බස්නාහිර දිසාවට හැරී කිලෝමීටර් 500 ක් ගොස් බිමට බැස්සා. ප්‍රශ්නය මෙකයි. හෙලිකොප්ටරය බිමට බැස්ස ස්ථානය ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වලට සාපේක්ෂ වශයෙන් පිහිටා ඇත්තේ උතුරු, නැගෙනහිර, දකුණු හා බස්නාහිර දිසාවලින් කුමණ දිසාවකද?''

''එය ලෙහෙසියෙන් විසඳිය හැකියි. පියවර 500 ක් පෙරට, පියවර

500 ක් දකුණට, පියවර 500 ක් ආපසු, නැවත පියවර 500 ක් වමට. කොතනටද එන්නේ? හිටපු තැනටම!'' එක් අයෙක් කීවේය.

''ඉතින් ඔබ හිතන ලෙස හෙලිකොප්ටරය බිමට බැස්සේ කොතනටද?''

''හෙලිකොප්ටරය පිටත් වුණු ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල ගුවන් තොටුපලටම. එහෙම නොවෙයිද?''

''ඇත්තටම එහෙම නොවෙයි.''

''එහෙනම් මට තේරෙන්නේ නැහැ.''

''ඇත්තටම මෙතැන වෙන ප්‍රශ්නයක් තියෙනවා'' ඔහු ළඟ වාඩි වී සිටියෙක් කීවේය. ''ඇත්තටම හෙලිකොප්ටරය බැස්සේ ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල නොවෙයිද? කරුණා කරලා නැවත වරක් විස්තර කරන්න.''

ගුවන් නියමුවා ඒ ඉල්ලීම ඉටුකළේය. ඔහුට සාවදානව කන්දී සිටියහු එය විසඳීමට නොහැක්කාක් මෙන් එකිනෙකා දෙස බලන්නට වූහ.

''හොඳයි රාත්‍රි කෑමට ඉස්සෙල්ලා විසඳන්න පුළුවන් වෙයි. දැන් අපි ඊ ළඟ ගැටළුවට බසිමු.

7. හෙවනැල්ල

''මට අවසරදෙන්න ඒ හෙලිකොප්ටරය ගැනම තවත් ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරන්න. වඩාත් දිග හෙලිකොප්ටරයද නැතිනම් එහි සම්පූර්ණ හෙවනැල්ලද?''

''ඒකද ගැටළුව?''

ය 1. වළාකුළුවලට වැසුණු සූර්යයාගෙන් විහිදී යන ආලෝක කිරණ

''ඔව.''

සූර්ය කිරණ අවානක් වගේ විහිදී යන නිසා ''ඇත්තටම හෙවනැල්ල හෙලිකොප්ටරයට වඩා දිගයි.'' එක් වරම විසඳුමක් ඉදිරිපත් කෙරිණි.

''මම කියන්නේ එහි අනික් පැත්ත කියා.'' එකෙක් විරුද්ධ විය. ''සූර්යයාගේ ආලෝක කිරණ සමාන්තර නිසා හෙලිකොප්ටරය යි හෙවනැල්ලයි එක සමානයි.''

''ඒ කෙසේද? ඇත්තටම වළාකුලට වැසුණු සූර්යයාගෙන් ආලෝකය විහිදී යන හැටි ඔබ දැකලා නැද්ද? අපේ ඇස් ඉදිරිපිටම සූර්යාලෝකය විහිදිලා යන හැටි ඔප්පුවෙනවා. වළාකුලේ හෙවනැල්ල වලාකුළට වඩා විශාල වගේ හෙලිකොප්ටරයේ හෙවනැල්ලත් හෙලිකොප්ටරයට වඩා විශාල විය යුතුයි.''

''එසේ නම් තාරකා විද්‍යාඥයොත්, නාවිකයොත් සූර්ය ආලෝක කිරණ සමාන්තර බව පිළිගන්නේ මක්නිසාද? හැම කෙනෙක්ම එහෙමයි හිතන්නේ...''

මූලාසනය ඔවුන්ට ඊට වඩා වාදකිරීමට ඉඩ නොදී ඊ ළඟ තැනැත්තාට තම ගැටළුව ඉදිරිපත් කිරීමට අවස්ථාව ලබා දුන්නේය.

8. ගිනිකූරු ගැටළුව

ඊ ළඟ තැනැත්තා ගිනිපෙට්ටියක් ගෙන එහි සියලුම ගිනිකූරු මේසය මත හෙලා ඒවා ගොඩවල් 3 කට ගොඩගැසීමට පටන් ගත්තේය.

''ගිනිමැලයක් ගහන්න සූදානම් වෙනවද?'' කවුදෝ විහිළු කළේය.

''ගිනිකූරුවලින් ගැටළුවක් ඉදිරිපත් කරනවා'' ඔහු කීවේය. ''මෙතැන ගිනිකූරු ගොඩවල් 3 ක් තියෙනවා. එහි ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව එකිනෙකට වෙනස්.ගොඩවල් 3 හේම ඇති ගිනිකූරුවල එකතුව 48 යි.එක් එක් ගොඩේ ගිනිකූරු කීය බැගින් තියෙනවද මම කියන්නේ නැහැ. එය විසඳීමට පහත දක්වෙන කරුණු උදව් කරගන්න: මම පළමුවැනි ගොඩෙන් දෙවැනි ගොඩට එහි තිබෙන සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. පසුව දෙවැනි ගොඩෙන් තුන්වැනි ගොඩට එහි තිබෙන සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. ඊට පසු තුන්වැනි ගොඩෙන් පළමුවැනි ගොඩට එහි ඉතිරිව ඇති සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් එකතු කරනවා. මේ සියල්ලම කළ පසු ගොඩවල් තුනේම එකසමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් ඉතිරි වෙනවා. පටන්ගැනීමේදී එක් එක් ගොඩක ගිනිකූරු කීය බැගින් තිබුණාද?

9. ප්‍රයෝගකාර ගස්මුල

''බොහෝ කාලයකට ඉස්සර ගමේ ගණිතඥයෙක් ඉදිරිපත් කරපු ගණනක් මේ ගැටළුව මගේ සිහියට නංවනව.'' අවසාන ගැටළුව ඉදිරිපත් කළ තැනැත්තාගේ අසල්වැසියා පැවසුවේය. ''එය දිග එමෙන්ම හාස්‍ය-

ජනක කතාවක්. දවසක් ගමේ ගොවියෙකුට කැලේදී නාඳුනන මහළු මිනිහෙක් හමුවුණා. ඔවුන් කතාවට වැටුනා. මහළු මිනිහා ගොවිය දිහා උවමනාවෙන් බලා මෙහෙම කීවා.

''මම දන්නවා මේ කැලේ පුදුමාකාර ගහක මුලක් තියෙන තැනක්. එය උවමනා වේලාවක උදව් වෙනවා.''

''කොහොමද උදව් වෙන්නේ? ලෙඩ සුව කරනවද?''

''ලෙඩ සුවකරනව නොවෙයි මුදල් දෙගුණ කරනවා. මුදල් පසුම්බි-යක් ඒ මුල යටින් තියා සියට ගණන් කරපුවාම පසුම්බියේ ඇති මුදල් දෙගුණ වෙනවා. පුදුම මුලක් ඒක!''

''මටත් වාසනාව උරගා බලන්න ඇත්නම් හොඳයි.'' ගොවියා බලාපොරොත්තු සහගතව කීවා.

''ඒක කරන්න පුළුවනි. ඒ සඳහා ගෙවිය යුතුයි.''

''කාටද ගෙවිය යුත්තේ? හුඟාක් ගෙවන්න ඕනද?''

''එතැනට යන්න පාර පෙන්වන අයට, ඒ කියන්නේ මට. හුඟාක් ගෙවිය යුතුද යන්න වෙනම ප්‍රශ්නයක්.''

ඔවුන් කේවල් කරන්න පටන්ගත්තා. ගොවියාගේ පසුම්බියේ ඇත්-තේ ඉතා සුළු ගණනක් බව දැනගත් මහල්ලා සෑම දෙගුණ කිරීමකටම රූබල් 1 යි කොපෙක් 20 ක් ලබා ගැනීමට කැමති වුණා.

මහළු මිනිහා ගොවියාව කැලේ මැදට එක්කගෙන ගියා. බොහෝ වේලාවක් හොයලා මුලින් කපපු නත්තල් ගහක දිරාගොස් ඇති පරණ මුලක් ළඟට ඔවුන් ආවා. ගොවියාගේ පසුම්බිය මුල යට තැබූ මහල්ලා සියයට ගණන් කළා. ඊට පසු මුල අතපත ගා පසුම්බිය ගොවියා අතට දුන්නා.

ගොවියා මුදල් ගණන් කරලා බැලුවා. ඇත්තටම මුදල් දෙගුණවී ඇති-බව දුටු ඔහු පොරොන්දු වූ ආකාර රූබල් 1.20 ක් මහල්ලාට දී නැවතත් පසුම්බිය පුදුම මුල යටින් තියන ලෙස ඉල්ලා හිටියා.

මහල්ලා නැවතත් පසුම්බිය මුල යටින් තබා සියයට ගැන ටික වේලා-වක් මුල අතපත ගෑවා. පසුම්බියේ තුබූ මුදල දෙගුණවී තිබුණා. ඒ වතාවෙත් මහල්ලාට රූබල් 1.20 ක් ලැබුණා.

තුන්වැනි වතාවටත් මුල යටින් පසුම්බිය තියා පළමු දෙවතාවේ කළ දෙයම කළා. ඒ වතාවේත් මුදල් දෙගුණවී තිබුණා. ගොවියා පොරොන්දුවූ පරිදි මහල්ලාට රූබල් 1.20 ක් ඒ නැවතත් ගෙවීමෙන් පසු පසුම්බියේ කොපෙක් එකක්වත් ඉතිරිවූයේ නැහැ. මෙම සූදු ක්‍රීඩාවේදී ගොවියා ළඟ තුබූ මුදල් සියල්ලම පරාද වුණා.

මේ පුදුමාකාර මුදල් දෙගුණකිරීමේ රහස ඔබට පැහැදිලියි මම හිතනවා: මහල්ලා අතපත ගෑවේ නිකමට නොවෙයි. ඒ වුණත් වෙනත් ප්‍රශ්නයකට ඔබට උත්තර දෙන්න පුළුවන්ද? පුදුම මුල යට තැබීමට පෙර ගොවියාගේ පසුම්බියේ කොපමණ මුදල් ප්‍රමාණයක් තිබුණාද?''

10. දෙසැම්බර් මාසය පිළිබඳ ගැටළුව

''මිත්‍රවරුනි මම භාෂා විශාරදයෙක්. ගණිතය ගැන මම දන්නේ නැහැ'' ගැටළු ඉදිරිපත් කිරීමේ වාරය පැමිණි මැදි වයසේ මිනිසෙක් තම ගැටළුව ආරම්භ කළේය. ''එම නිසා ගණිතමය ගැටළු මගෙන් බලාපොරොත්තු වෙන්න එපා. මා දන්නා ක්ෂේත්‍රයේ ප්‍රශ්නයක් ඉදිරිපත් කරන්නම්. දින දර්ශනය පිළිබඳ ප්‍රශ්නයක් ඉදිරිපත් කිරීමට මට අවසර දෙන්න.''

''අවසරයි!''

''අවුරුද්දේ දොළොස්වැනි මාසය අපි ''දෙසැම්බර්'' නමින් හඳුන්වනවා. ඔබ ''දෙසැම්බර්'' යන්නෙහි තේරුම දන්නවද? එම වචනය සෑදී තිබෙන්නේ ග්‍රීක් වචනයක් වන ''ඩෙකා'' එනම් දහය යන වචනයෙනුයි. ''ඩෙකාලිටර්'' — ලීටර් දහය හා ''ඩෙකාඩා'' — දශකය යන වචන සෑදී තිබෙන්නේත් මෙම වචනයෙන්මයි. එම නිසා දෙසැම්බර් මාසය දහවැනි මාසය යන තේරුම උපුලනවා. මේ ප්‍රතිවිරොධිතාවය විස්තර කරන්නේ කෙසේද?''

''තව එක ගැටළුවක් ඉතිරිවෙලා තිබෙනවා'' මූලාසනයෙන් දැනුම් දුන්නේය.

11. අංක ගණිතමය ඇස්බැඳුම

''මට අන්තිමට ගැටළු ඉදිරිපත් කරන්න සිදු වී තිබෙනවා. මම වෙනස් විදියේ අංකගණිතමය ඇස්බැඳුමක් ඉදිරිපත් කරන්නම්. එහි රහස හැකිනම් සොයාගන්න. ඔබලාගෙන් කවුරු හෝ, නැතිනම් සභාපති තුමා මට නොපෙනෙන ලෙස ඉලක්කම් තුනක සංඛ්‍යාවක් ලියන්න.''

''බිංදුවේ අංකය තිබිය හැකිද?''

''කිසිම සීමාවක් නැහැ. කැමතිම ඉලක්කම් තුනක සංඛ්‍යාවක් ලියන්න.''

''ලිව්වා! දැන් මොකද කරන්න ඕන?''

''එම සංඛ්‍යාවම එය ළඟින් එක පේළියට ලියන්න. දැන් ඉලක්කම් හයක සංඛ්‍යාවක් ඔබට ලැබෙනවා.''

''ඉලක්කම් හයක සංඛ්‍යාවක් ලැබෙනවා.''

''දැන් ඒ කඩදසිය ඔබේ අසල වාඩිවී සිටින්නාට දෙන්න. එයා එම සංඛ්‍යාව හතෙන් බෙදපුදෙන්.''

''කියන්න නම් අමාරුවක් නැහැ.සමහරවිට එම සංඛ්‍යාව හතෙන් නො බෙදෙනවා වෙන්න පුළුවනි.''

''කරදර වෙන්න එපා.එම සංඛ්‍යාව ඉතිරි නැතිව හතෙන් බෙදෙනවා.''

''ලියපු සංඛ්‍යාව දන්නෙත් නැහැ. එහෙත් බෙදෙන බව කියනවා.''

''ඉස්සරවෙලා බෙදන්න. පස්සෙ කතාකරමු.''

''ඔබේ වාසනාවට ඉතිරි නැතිව බෙදෙනවා.''

''උත්තරය මට දන්වන්නේ නැතිව ඔබ අසල සිටින තැනැත්තාට දෙන්න. ඔහු එය 11 න් බෙදපුදෙන්.''

''නැවතත් ඉතිරි නැතිව බෙදෙයි කියලා හිතනවද?''

''බෙදන්න, ඉතිරිවෙන්නේ නැහැ.''

''ඇත්තටම ඉතිරි නැතිව බෙදුනා! දැන් මොකද කරන්න ඕන?''

''ප්‍රතිඵල ඊ ළඟ අයට දෙන්න. දැන් අපි එය... ආ, 13 න් බෙදමු.''

''නෝරාගන්නා හැටි හොඳ මදි. සංඛ්‍යා සුළු ගණනයි 13 න් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන්නේ, ආහ්, නැහැ, නැහැ, ඉතිරි නැතිව බෙදෙනවා. ඔබේ වාසනාව!''

''දැන් උත්තරයත් සමග කඩදාසිය මා අතට දෙන්න. සංඛ්‍යාව මට නොපෙනෙන්න හොඳට කඩදසිය නමන්න.''

කඩදාසිය දිග නොහැරම ''ඇස්බැඳුම් කරුවා'' එය සභාපති අතට දුන්නේය.

''ඔබ හිතපු සංඛ්‍යාව ලබාගන්න අවසර දෙන්න. හරිද?''

''හරියටම හරි!'' කඩදාසිය දෙස බැලූ ඔහු පුදුමයෙන් උත්තර දුන්නේය. ''මම හිතපු සංඛ්‍යාව තමා මේ. මීට වඩා තේරවිලි නැති නිසා අපේ රැස්වීම අවසාන කරන්න මට අවසර දෙන්න. වැස්සත් නැවතිලා තිබෙනවා. ගැටළුවලට පිළිතුරු අද රාත්‍රි කෑමෙන් පසු සාකච්ඡා කරමු. පිළිතුරු මා වෙත ලැබෙන්න සලස්වන්න.

විසඳීම 1 – 11

1. පිට්ටනියේ ලේනා පිළිබඳ ගැටළුව සම්පූර්ණ වශයෙන් ඉහතදී විසඳන ලදී.

2. පළමුවැනි ප්‍රශ්නය වන අධ්‍යයන කවයන් 5 ම එක්වර පුහුණුවීම් පවත්වන්නේ දින කීයකට වරක්ද යන්නට පිළිතුරු සැපයීමට 2, 3, 4, 5 හා 6 යන සංඛ්‍යාවලින් ඉතිරි නැතිව බෙදිය හැකි අවම සංඛ්‍යාව සොයාගන්න. එම සංඛ්‍යාව 60 බව අපි දනිමු. එනම් 61 වැනි දිනයේදී අධ්‍යයන කවයන් පහම නැවතත් එක්වර පුහුණුවීම් පවත්වති: යාන්ත්‍රිකවැඩ කවය දින දෙකේ ආන්තර 30 කට පසුවද, වඩුවැඩ කවය දින තුනේ ආන්තර 20 කට පසුවද, ඡායාරූප කවය දින හතරේ ආන්තර 15 කට පසුවද, චෙස් කවය දින පහේ ආන්තර 12 කට පසුවද, සංගීත කවය දින 6 ආන්තර 10 කට පසුවද තම පුහුණුවීම් පවත්වති. පළමු දිනයේ සිට දින 60 ක් ගතවන තුරු එකම දිනයේ එවැනි පුහුණුවීම් නොපැවැත්වේ. ඊළඟට එවැනි පුහුණුවීම් පැවැත්වෙන්නේ නැවතත් දින 60 ක පසුවය.එනම් අවුරුද්දේ දෙවැනි කාර්තුව ඇතුළතය.

   ඒ අනුව පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත අධ්‍යයන කවයන් පහම එකම දින නැවත පුහුණුවීම් පවත්වන්නේ එක්වරක් පමණකි.

දෙවැනි ප්‍රශ්නයට පිළිතුරු සැපයීම මදක් අපිරු කාරියකි: අධ්‍යයන කවයන් පුහුණුවීම් නොපැවැත්වූ දින ගණන කොපමණද? එවැනි දින ගණන සොයාගැනීම සඳහා 1 සිට 90 දක්වා පිළිවෙළින් ලියා යාන්ත්‍රික වැඩ කවයන් පැවැත්වූ දින ගණන කපා දැමිය යුතුය. එනම් අංක 1, 3, 5, 7, 9 ආදී වශයෙනි. පසුව වඩුවැඩ කවයන් පැවැත්වූ දිනයන් කපාහැරිය යුතුය. එනම් 4, 10 ආදී වශයෙනි. මෙසේ ඡායාරූප, වෙඩි හා සංගීත කවයන්ද පැවැත්වූ දිනයන් කපාහැරි විට කවයන් එකක් හෝ නොපැවැත්වූ දිනයන් ඉතිරිවේ.

මෙසේ කිරීමෙන්, පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත එවැනි දිනයන් බොහෝ සංඛ්‍යාවක් ඇති බව ඔබට සොයාගත හැක. ජනවාරි මස 2, 8, 12, 14, 18, 20, 24 හා 30 වැනිදාද, පෙබරවාරි මස දින 7 ක්ද, මාර්තු මස දින 9 ක්ද, කව රැස්වී නැත. මේ අනුව පළමුවැනි මාස තුන ඇතුළත දින 24 ක් අධ්‍යයන කව රැස්වූයේ නැත.

3. දෙදෙනාම මගීන් සමාන සංඛ්‍යාවක් ගණන් කළහ. ගේට්ටුව අසල සිටි තැනැත්තා ඉහළට හා පහළටද ගමන් කළ මගීන් ගණන් කළ අතර ඉහළට හා පහළට සක්මන් කළ තැනැත්තා මුහුණට මුහුණ හමුවූවන් දෙගුණයක් ගණන් කළේය.

එය මෙසේ විස්තර කළ හැක. පදික වේදිකාව දිගේ සක්මන් කළ තැනැත්තා පළමු වරට තම සගයා වෙත ආපසු පැමිණෙන විට හිටගෙන සිටි තැනැත්තා අසලින් ගමන්කළ සෑම මගියෙක්ම දෙදෙනා විසින්ම ගැණ තිබිණි. ඔහු ආපසු තම සගයා වෙත පැමිණෙන සෑම විටම දෙදෙනා විසින්ම ගණන්කර තිබුණේ මගීන් එකම සංඛ්‍යාවකි.

4. බැලූ බැල්මට මෙම ගැටළුව ඇත්ත වශයෙන්ම වැරදි ලෙස ගලපා ඇති බව පෙනියා හැකිය: සියාගේ හා මුනුපුරාගේ වයස එක සමාන බව පෙනේ. එහෙත් ගැටළුව විසඳීමට අවශ්‍ය දත්තයන් සම්පූර්ණ ලෙස එහි සඳහන්ව ඇත.

මුනුපුරා උපන්නේ 20 වැනි ශතවර්ෂයේදී බව පැහැදිලිය. එමනිසා ඔහු උපන් අවුරුද්දේ පළමුවැනි අංක දෙක 19 ය: මෙය සියක් සංඛ්‍යාවකි. එහි අග අංක වලින් දක්වෙන සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය 32 ට සමාන විය යුතුය. එනම් එම සංඛ්‍යාව 16 ය: මුනුපුරා උපන් අවුරුද්ද 1916 වන අතර 1932 ඔහුට වයස අවුරුදු 16 ක් විය.

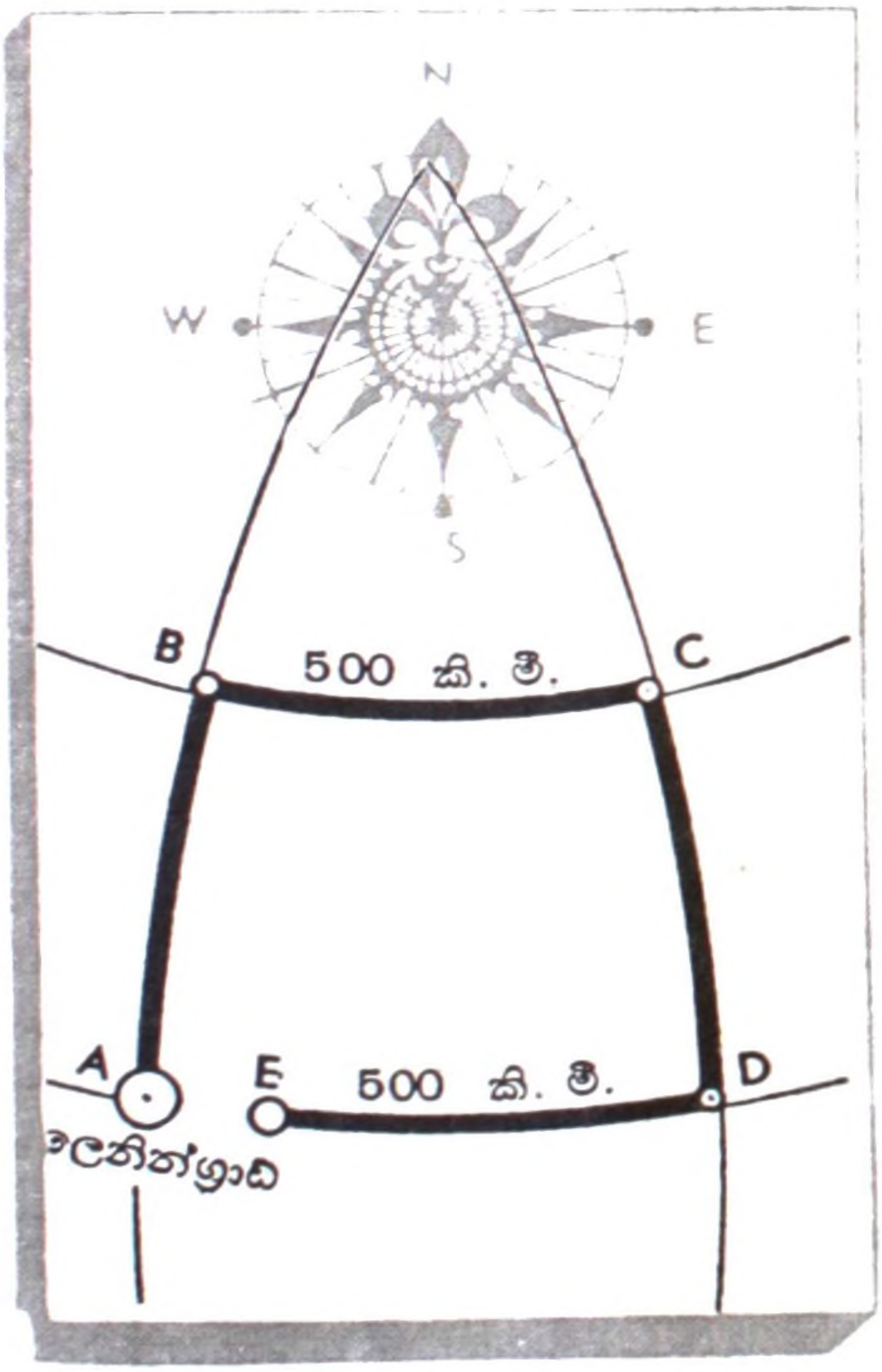
ඔහුගේ සීයා උපන්නේ 19 වැනි සියවසේ මිස 20 සියවසේ විය නොහැකිය. එනම් ඔහු උපන් අවුරුද්දේ පළමුවැනි අංක දෙක 18 ය. එහි අනෙක් අංක වලින් සෑදෙන සංඛ්‍යාවේ දෙගුණය 132 ට සමාන විය යුතුය, එනම් 66 කි. සීයා 1866 අවුරුද්දේ උපන් අතර 1932 වන විට ඔහුට අවුරුදු 66 ක් විය.

ඒ අනුව, 1932 දී මුනුපුරාගේ හා සීයාගේ වයස ඔවුන් උපන් අවුරුදුවල අග අංක දෙකෙන් පෙන්නුම් කරන සංඛ්‍යාවට සමාන විය.

5. සෑම දුම්රිය ස්ථාන 25 කදීම මගීන් ඕනෑම ස්ථානයක් දක්වා ප්‍රවේශ පත්‍ර ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ ඇත. එනම් අනෙක් දුම්රිය ස්ථාන 24 සඳහාම එක් දුම්රිය ස්ථානයක ප්‍රවේශ පත්‍ර තිබිය යුතුය. ඒ අනුව විවිධ ප්‍රවේශ පත්‍ර $25 \times 24 = 600$ මුද්‍රණය කළ යුතුය.

සමහර විට මගීහු එක් දිශාවකට පමණක් නොව ආපසු ඒම සඳහාද ප්‍රවේශ පත්‍ර ලබා ගනිති. එම නිසා ''ඉහළ හා පහළ'' ප්‍රවේශ පත්‍ර සමග විවිධ ප්‍රවේශ පත්‍ර $600 \times 2 = 1,200$ මුද්‍රණය කළ යුතුය.

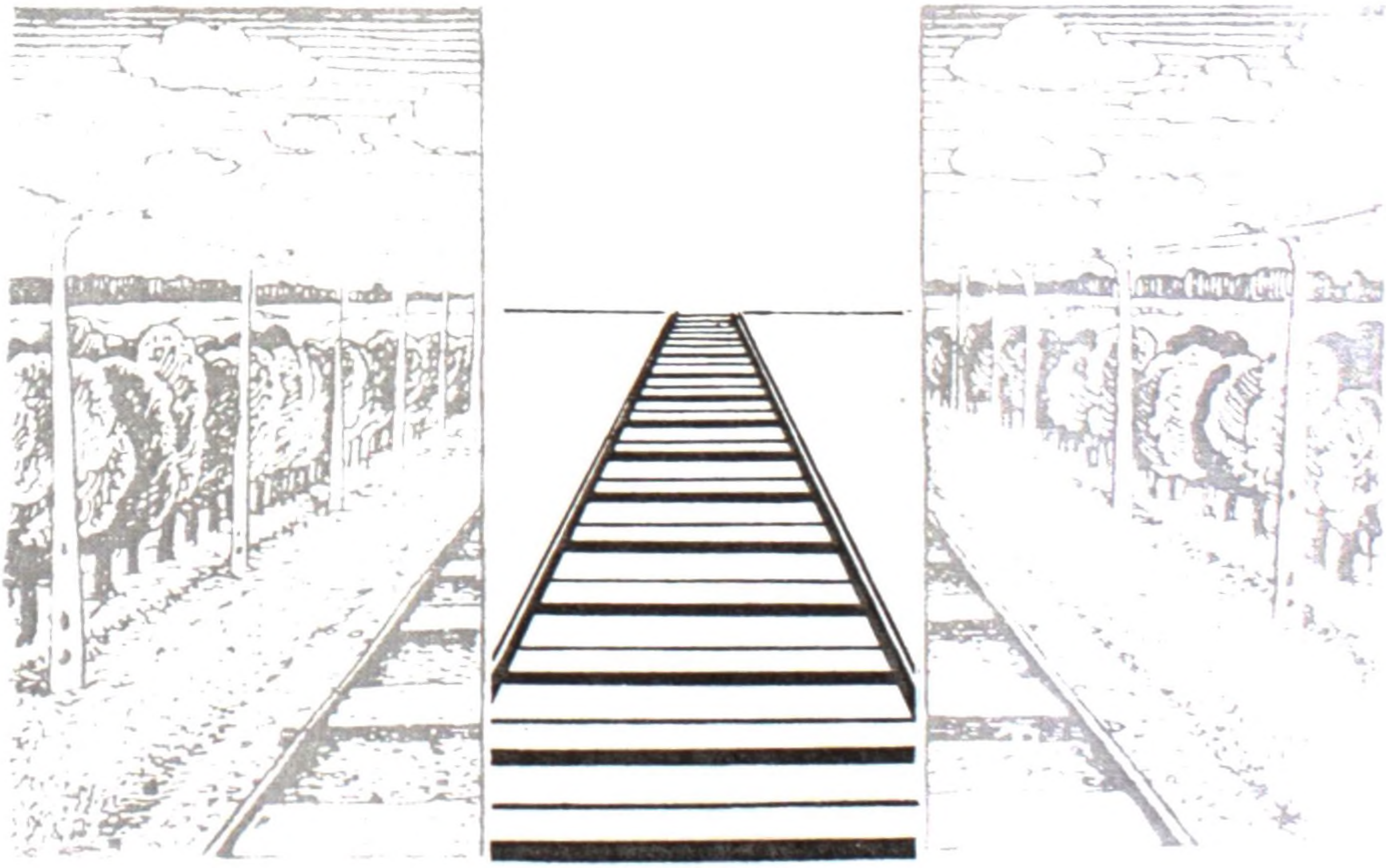
6. මෙම ගැටළුව තුළ කිසිම ප්‍රතිවිරෝධිතාවයක් නොමැත. මෙහිදී හෙළිකොප්ටරය ගමන් කළේ සම චතුරශ්‍රයක් වටා බව සැලකීම සාවද්‍ය වන අතර ගණනය කිරීමේදී පෘථිවියේ ගෝලාකාරභාවය සැලකිල්ලට භාජන කළ යුතුය. මක්නිසාද යත් ආධරුවක (මධ්‍යාහ්න රේඛා) උතුරට ළඟාවන විට සමීප වේ (චිත්‍රය 2). එම නිසා, ලෙනින්ග්‍රෑඩ්හි අක්ෂාංශකයට කිලෝමීටර් 500 ක් උතුරින් පිහිටි සමාන්තර කවයක් දිගේ, කිලෝමීටර් 500 ක් ගමන් කරමින්, හෙලිකොප්ටරය, ලෙනින්ග්‍රෑඩ්හි අක්ෂාංශකය කරා ආපසු ගමන් කරන විටදී වඩා වැඩි අංශක ප්‍රමාණයක් නැගෙනහිරට ගමන් කළේය. එහි ප්‍රතිඵලයක් වශයෙන් හෙලිකොප්ටරය ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට නැගෙනහිර දිශාවේ පිහිටි ලක්ෂ්‍යයකදී ගමන අවසන් කළේය.



චිත්‍රය 2.

කොපමණ දුර ප්‍රමාණයකින්ද? එය ගණනය කළ හැකිය. දෙවැනි චිත්‍රයේ ABCDE රේඛාවලින් පිළිවෙළින් හෙලිකොප්ටරයේ ගමන පෙන්නුම් කරයි. N ලක්ෂ්‍යය උත්තරධ්‍රැවයයි. එම ලක්ෂ්‍යයේදී මධ්‍යාහ්න රේඛා AB සහ DC එක්වේ. හෙලිකොප්ටරය පළමුවෙන්ම AN මධ්‍යාහ්න රේඛාව දිගේ කිලෝමීටර් 500 ක් උතුරට ගමන් කළේය. මධ්‍යාහ්න රේඛාවේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය කිලෝමීටර්

111 නිසා මධ්‍යාහ්න රේඛාවේ චාපයේ අංශක ප්‍රමණය $500 : 111 \approx 4°,5'$කි. ලෙනින්ග්‍රෑඩ් පිහිටා ඇත්තේ 60 වන අක්ෂාංශ වෘතයේය. එම නිසා ලක්ෂ්‍යය B $60° + 4°,5' = 64°,5'$ වැනි අක්ෂාංශ වෘතයේ පිහිටා තිබේ. පසුව හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිර දිසාව බලා BC අක්ෂාංශ වෘතය දිගේ කිලෝමීටර් 500 ක් ගමන් කළේය. එම අක්ෂාංශ වෘතයේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය ගණනය කළ හැකිය. (නැතහොත් සටහනෙන් ලබා ගත හැකිය). එය කිලෝමීටර් 48 කි. හෙලිකොප්ටරය නැගෙනහිරට කොපමණ අංශක ප්‍රමාණයක් ගියේදැයි මෙයින් ලබාගත හැක: $500 : 48 \approx 10°,4'$ පසුව එය CD මධ්‍යාහ්න රේඛාව දිගේ දකුණු දිශාවට කිලෝමීටර් 500 ක් ගමන් කර ලෙනින්ග්‍රන්ග්‍රෑඩ් පිහිටා ඇති අක්ෂාංශ වෘතයට පැමිණිය යුතුය. දැන් එය ගමන්ගත යුත්තේ AD දිගේය. එම මාර්ගයේ කිලෝමීටර් 500 ක් AD වලට වඩා කෙටි දුර ප්‍රමාණයකි. AD දුර ප්‍රමාණයේද BC දුර ප්‍රමාණයේ අඩංගු අංශක ප්‍රමාණයක්ම අඩංගු වේ. එනම් $10°,4'$ කි. එහෙත් $60°$ ක අක්ෂාංශකයේ එක් අංශකයක දිග ප්‍රමාණය කිලෝමීටර් 55.5 කි. එම නිසා A සහ D අතර දුර ප්‍රමාණය $55.5 \times 10.4 \approx$ කිලෝමීටර 577 කි. ලෙනින්ග්‍රෑඩ්වල සිට කිලෝමීටර 77 ක් නැගෙනහිරින් පිහිටි ලාදගා ජලාශයේ හෙලිකොප්ටරය බාන ලද බව දැන්පට පෙනේ.

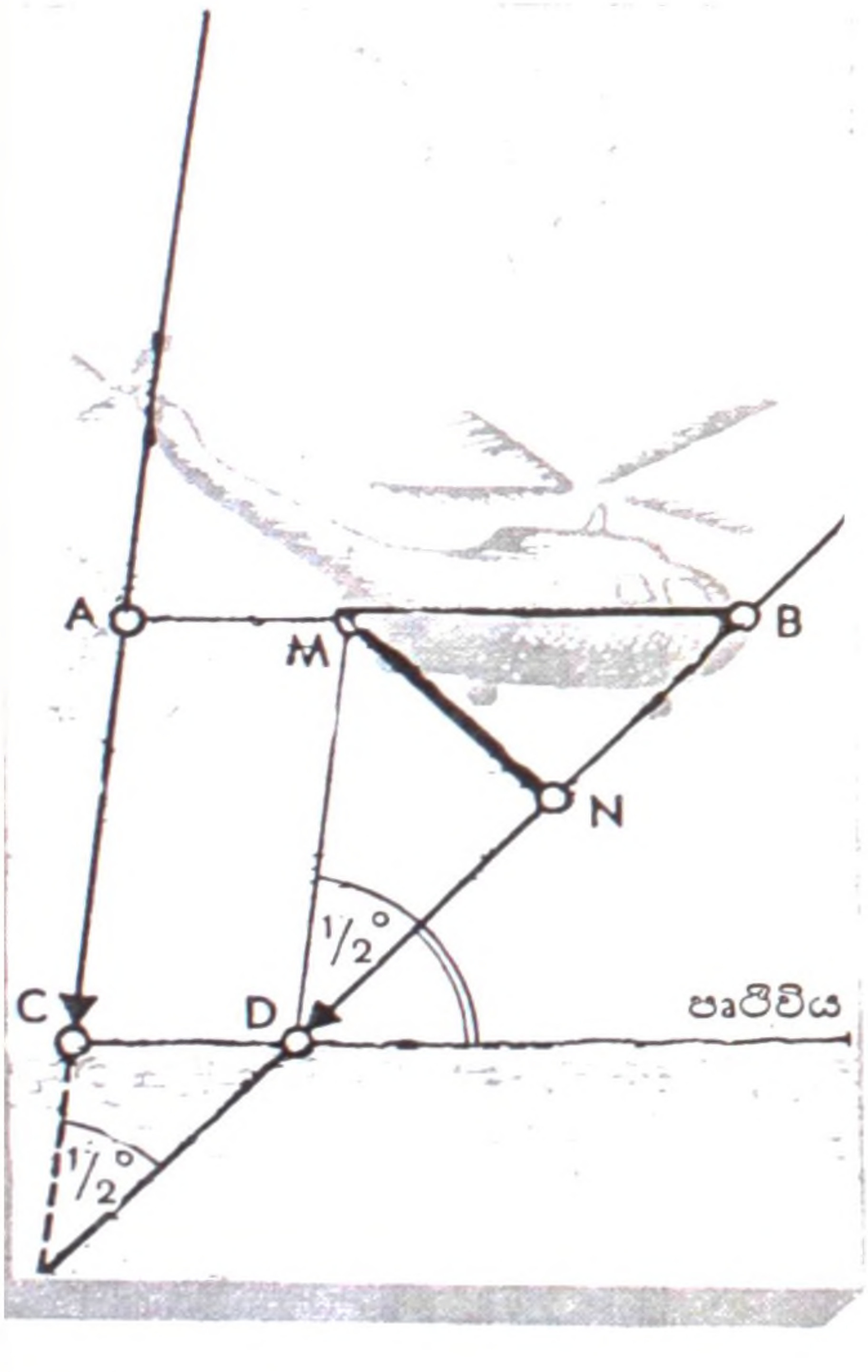


චිත්‍රය 3.

7. මෙම ගැටළුව සාකච්ඡා කළ අය වැරදි ගණනාවක්ම කළහ. පෘථිවියට ලැබෙන සූර්ය කිරණ අපසරන වන්නේ යැයි සිතීම සාවද්‍යයය. සූර්යයාගේ සිට පෘථිවියට ඇති දුර ප්‍රමාණය පෘථිවියේ ප්‍රමාණය සමග සසඳන විට අති විශාල නිසා පෘථිවියෙහි යම් කොටසකට පතිතවන සූර්ය කිරණ අපසරන වන්නේ මිනිය නොහැකි කුඩා කෝණයකිනි. ප්‍රායෝගික ලෙස එම කිරණ සමාන්තර යයි සිතියහැකිය. සමහර විට (වළාකුළුවලින් වැසුණු ''විපරීත වලය'' ලෙස හැඳින්වෙන, 1 වැනි චිත්‍රය බලන්න) සූර්ය කිරණ අවානක් මෙන් අපට දකින්ට ලැබීම වෙනකක් නොව යථාදර්ශණයේ ප්‍රතිඵලයකි.

දීර්ඝදර්ශණයේදී සමාන්තර රේඛා එක් ලක්ෂ්‍යයක සිට විහිදෙන්නාක් මෙන් පෙනේ. ඍජු දුම්රිය මාර්ගයක් හෝ සක්මන් මළුවක් සිහියට නගාගන්න (චිත්‍රය 3).

එහෙත්, සූර්ය ආලෝක කිරණ සමාන්තරව පෘථිවිය මත පතිතවන නිසා හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල එහි දිග ප්‍රමාණයට සමාන යැයි සිතීමද වැරදිය. 4 වැනි චිත්‍රයේ පෙන්නුම් කර ඇති පරිදි හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල අවකාශයේදී පෘථිවිය දිශාවට පටු වේ. එමනිසා පෘථිවිය මත පතිතවන හෙලිකොප්ටරයේ සෙවනැල්ල හෙලිකොටරයට වඩා කෙටි විය යුතුය. CD<AB.



ත්‍රය 4.

හෙලිකොප්ටරය ගමන් කරන උස ප්‍රමාණය දන්නේ නම් එම වෙනස ගණනය කළ හැකිය. පෘථිවිස සිට මීටර් 1000 ඉහළින් හෙලිකොප්ටරය ගමන්කරන්නේ යැයි සිතමු. AC හා BD ඍජු රේඛා හමුවීමේදී සෑදෙන කෝණය, සූර්යයා පෘථිවියේ සිට දෘශ්‍යමානවන කෝණයට සමානය. එය $1/2°$ පමණ වේ. අනෙක් අතට $1/2°$ක කෝණයක් යටතේ දෘෂ්‍යමාන වන සෑම වස්තුවක්ම එහි විෂ්කම්භය මෙන් 115 වරක් දුර පිහිටා තිබෙන බව අපි දනිමු. ඒ අනුව MN ඛණ්ඩය AC රේඛාවෙන් 115 න් කොටසක් විය යුතුය (එම ඛණ්ඩය පෘථිවියේහි සිට) $1/2°$ක කෝණයකින් දෘශ්‍යමාන වේ. AC හි දුර ප්‍රමාණය A ලක්ෂ්‍යයේ සිට පෘථිවියට ඇති ලම්බ දුර ප්‍රමාණයට වඩා විශාලය.

සූර්ය ආලෝක කිරණ හා පෘථිවිය අතර කෝණය 45° සමාන වන්නේ නම් (හෙලිකොප්ටරයේ ගමන් මගේ උස මීටර් 1,000 වන විට) AC හි දුර මීටර් 1,400 පමණ වේ. එම නිසා MN $\frac{1,400}{.115}$ = මීටර 12.

හෙලිකොප්ටරයේ හෙවනැල්ලට වඩා හෙලිකොප්ටරයේ වැඩි දිග ප්‍රමාණය, එනම් MB ඛණ්ඩය MN ඛණ්ඩයට වඩා 1.4 ගුණයකින් විශාලය. මක්නිසාද යත් MBD කෝණය 45° ට සමානය. එමනිසා $MB = 12 \times 1.4 \approx$ මීටර 17.

ඉහත විස්තරය හෙලිකොප්ටරයේ සම්පූර්ණ හෙවනැල්ල හා සම්බන්ධ වන අතර එහි වටා ඇති අඩ හෙවනැල්ල හා සම්බන්ධ නැත.

මීටර් 17 කට වඩා අඩු විෂ්කම්භයකින් යුත් ඕනෑම පියාඹන වස්තුවක් එම උස ප්‍රමාණයේදී තම සම්පූර්ණ සෙවනැල්ල පෘථිවිය මත පතිත නොකරයි. එහි නොපැහැදිලි අඩ සෙවනැල්ල පමණක් අපට දැකිය හැකිය.

8. මෙම ගැටළුව විසඳීම ආරම්භ කළ යුත්තේ එහි අවසානයේ සිටය. ගිනිකූරු එක් එක් ගොඩින් තවත් ගොඩකට එකතු කිරීමෙන් පසු සෑම ගොඩකම ඇති ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව සමානය. එම නිසා සෑම ගොඩකම ගිනිකූරු 16 බැගින් තිබේ.

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
16	16	16

ඊට ප්‍රථම පළමුවැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන සංඛ්‍යාවක් තුන්වැනි ගොඩින් එකතු කරන ලදී. එනම් පළමුවැනි ගොඩේ තිබූ සංඛ්‍යාව දෙගුණ විය. එම නිසා අවසාන එකතුකිරීමට ප්‍රථම එහි තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව 8 කි. තුන්වැනි ගොඩේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව $16 + 8 = 24$ කි.

දැන් ගොඩවල් තුනේ ඇති ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව මෙසේය:

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
8	16	24

ඊට පෙර තුන්වැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන ගිනිකූරු සංඛ්‍යාවක් දෙවැනි ගොඩෙන් එකතු කළ බව අපි දනිමු. එනම් 24, තුන්වැනි ගොඩේ තිබූ සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයකි. මේ අනුව පළමුවැනි එකතු කිරීමෙන් පසු ගොඩවල් තුනේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව සොයා ගනිමු:

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
8	16+12=28	12

පළමුවැනි එකතුකිරීමට පෙර, එනම් දෙවැනි ගොඩට එහි තිබූ සංඛ්‍යාවට සමාන සංඛ්‍යාවක් පළමුවැනි ගොඩින් එකතුකිරීමට ප්‍රථම ගොඩවල් තුනේ තිබූ ගිනිකූරු සංඛ්‍යාව මෙසේය:

1 වැනි ගොඩ	2 වැනි ගොඩ	3 වැනි ගොඩ
22	14	12

9. මෙම ගැටළුවද අවසානයේ සිට විසඳීම අසීරු නොවේ. තුන්වැනි දෙගුණ කිරීමට පසු පසුම්බියේ ඉතිරි වූයේ රූබල් 1.20 ක් බව අපි දනිමු. (අවසාන වරට මහල්ලා එම මුදල් ලබාගත්තේය). එම දෙගුණ කිරීමට ප්‍රථම තිබූ මුදල් ප්‍රමාණය කොපමණද? කොපෙක් 60 කි. දෙවැනි වරට මහල්ලාට ගෙවීමෙන් පසු ගොවියා ළඟ ඉතිරි වූ මුදල එම කොපෙක් 60 ය. ගෙවීමට ප්‍රථම පසුම්බියේ තිබූ මුදල 0.60 + 1.20 රූබල් 1 කොපෙක් 80 කි.

රූබල් 1.80 ක් පසුම්බියේ පහළ වූයේ දෙවැනි දෙගුණ කිරීමෙන් පසුවය. ඊට ප්‍රථම පසුම්බියේ ඉතිරිව තිබුණේ කොපෙක් 90 කි. එනම් පළමුවැනි දෙගුණ කිරීමෙන් පසු මහල්ලාට රූබල් 1 කොපෙක් 20 ක් ගෙවීමෙන් අනතුරුව ඉතිරි වූ මුදලය. ගෙවීමට ප්‍රථම ඔහු ළඟ තිබූ මුදල කොපමණදැයි දැන් අපි දනිමු: $0.90 + 1.20 = 2.10$. එම නිසා දෙගුණ කිරීමට ප්‍රථම ඔහු ළඟ තුබූ මුදල රූබල් 1 කොපෙක් 05 කි. පිළිතුර නැවතත් පරීක්ෂාකර බලමු:

පසුම්බියේ මුදල් ප්‍රමාණය

පළමුවැනි දෙගුණ කිරීමට පසු	1.05×2	$= 2.10$
පළමුවැනි ගෙවීමෙන් පසු	$2.10 - 1.20$	$= 0.90$
දෙවැනි දෙගුණ කිරීමෙන් පසු	0.90×2	$= 1.80$

දෙවැනි ගෙවීමෙන් පසු . . . . $1.80 - 1.20 = 0.60$
තුන්වැනි දෙගුණ කිරීමෙන් පසු . . . $0.60 \times 2 \quad = 1.20$
තුන්වැනි ගෙවීමෙන් පසු . . . . . . $1.20 - 1.20 = \quad 0$

10. අප භාවිතා කරන දින දර්ශණය ආරම්භ වූයේ පැරණි රෝමන් දින දර්ශනයෙනි. රෝමන්වරුන් (ජූලියස් සීසර්ට ප්‍රථම) වර්ෂයේ ආරම්භය ලෙස සලකන ලද්දේ ජනවාරි 1 වැනි ද නොව මාර්තු 1 වැනි දය. ඒ අනුව දෙසැම්බර් මාසය අවුරුද්දේ දහවැනි මාසය ලෙස සැලකිණි. වර්ෂයේ ආරම්භය ජනවාරි 1 වැනි ද වූ පසුවද ඒ ඒ මාසවල හැඳින්වීම වෙනස් නොවීය. දැනට පවතින දින දර්ශනයේ සමහර මාසවල අනුක්‍රම අංකයේ හා හැඳින්වීමේ ප්‍රතිවිරෝධීතාවය මේ අනුව සිදුවිය.

මාසයේ හැඳින්වීම	හැඳින්වීමේ අර්ථය	අනුක්‍රම අංකය
සැප්තැම්බර්	හත්වැනි	9
ඔක්තෝබර්	අටවැනි	10
නොවැම්බර්	නවවැනි	11
දෙසැම්බර්	දහවැනි	12

11. අදහස් කරන ලද සංඛ්‍යාවට කුමක් කළේදැයි සොයා බලමු. ප්‍රථමයෙන්ම තෝරාගත් අංක තුනේ සංඛ්‍යාවට එම සංඛ්‍යාව නැවතත් ලියන ලදී. තෝරාගත් සංඛ්‍යාවට බිංදු තුනක් ලියා නැවත එයට එම සංඛ්‍යාව එකතු කිරීමට එය සමානය; නිදර්ශනයක්:

$$8,72,872 = 8,72,000 + 872$$

සංඛ්‍යාවට කුමක් කළේදැයි අපට දැන් පැහැදිලිය: එය 1000 න් ගුණ කර නැවතත් එයට එම සංඛ්‍යාවම එකතු කරන ලදී: එනම් එම සංඛ්‍යාව 1,001 න් ගුණ කර ඇත.

ඊට පසු එම ගුණකිරීමට කුමක් කළේද? එය අනුක්‍රමයෙන් 7 න්, 11 න් හා 13 න් බෙදන ලදී. එනම් අවසාන වශයෙන් එම සංඛ්‍යාව $7 \times 11 \times 13$ 1,001 න් බෙදන ලදී.

ඒ අනුව එම සංඛ්‍යාව 1,001 න් ගුණකර නැවත 1,001 න් බෙදන ලදී. එම නිසා අදහස්කරන ලද සංඛ්‍යාවම පිළිතුරු ලෙස ලැබීම පුදුමයක් නොවේ.

* * *

විවේකාගාරයේ තේරවිලි අවසාන කිරීමට ප්‍රථම, ඔබේ මිතුරන් සමග විනෝදවිය හැකි අංක ගණිතමය ගැටළු දෙකක් සලකා බලමු. ඉන් එක්

ගැටළුවක් සංඛ්‍යා සෙවීමෙන්ද අනෙක භාණ්ඩ අයිතිකරු සෙවීමෙන්ද සමන්විත වේ.

මෙම පැරණි, සමහර විට සියලු දෙනාම දන්නා ගැටළු, කුමක් මත පදනම් වී ඇත්දැයි සියලු දෙනාම නොදන්නවා විය හැකිය. ගැටළුවල න්‍යායාත්මක පදනම නොදැන එය අවබෝධයකින් යුතුව විසඳිය නොහැක. විශේෂයෙන්ම පළමුවැනි ගැටළුව විසඳීමේදී මූලික වීජගණිතය වෙත ආපසු යැමට අපට සිදුවේ.

12. මකාදමා ඇති අංකය

අංක වැඩි ගණනකින් සමන්විත සංඛ්‍යාවක් හිතාගැනීමට ඔබේ යහළුවන්ට කියන්න, උදාහරණයක් වශයෙන් 847. එම සංඛ්‍යාවේ අංකවල එකතුව $(8 + 4 + 7) = 19$. එම සංඛ්‍යාවෙන් අඩුකරන ලෙස ඔවුන්ට දන්වන්න:

ඔහු ළඟ ඉතිරිවන සංඛ්‍යව

$$847 - 19 = 828$$

එම සංඛ්‍යාවෙන් ඔහු කැමති අංකයක් මකා දමා ඉතිරි අංක ඔබට දන්වන ලෙස ඔහුට කියන්න. ඔබ එකවරම, හිතන ලද සංඛ්‍යාව නොදන්නා මුත් මකාදමන ලද අංකය කියන්න.

එය ඔබට කළ හැක්කේ කෙසේද?

එය ලෙහෙසියෙන් කළ හැකිය: ඔබට දන්වන ලද අංකවල එකතුව සමග එකතු කළ විට 9 යෙන් ඉතිරි නැතිව බෙය හැකි ඉතාමත්ම කිට්ටු සංඛ්‍යාව සොයාගන්න. උදහරණයක් වශයෙන් 828 න් පළමුවැනි අංකය (8) මකාදමන ලද්දේ නම් ඔබට දන්වන ලද්දේ 2 හා 8 ය. ඒවා එකතු කළ විට $2 + 8 = 10$. එම සංඛ්‍යාවට වෙනත් සංඛ්‍යාවක් එකතු කිරීමෙන් පසු ඉතිරි නැතිව 9 න් බෙදිය හැකි කිට්ටුම සංඛ්‍යාව 18 ඔබට පෙනේ. එනම් එකතුකළ යුතු සංඛ්‍යාව 8 ය. මකාදමන ලද අංකයද 8 ය.

එය ලැබෙන්නේ කෙසේද? යම් සංඛ්‍යාවකින් එම සංඛ්‍යාවේ අංකවල එකතුව අඩුකළ විට 9 න් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන සංඛ්‍යාවක් ඉතිරිවිය යුතුය. එනම් එම සංඛ්‍යාවේ අංකවල එකතුවද 9 න් බෙදිය හැකි සංඛ්‍යාවක් ඉතිරිවිය යුතුය. දෙන ලද සංඛ්‍යාවේ සිය ස්ථානය a ද, දශස්ථානය b ද ඒකස්ථානය c ද යැයි සිතමු. එනම් එම සංඛ්‍යාව පහත ඒකකයෙන් පෙන්නුම් කළ හැකිය.

$$100a + 10b + c$$

එම සංඛ්‍යාවෙන් එහි අංකවල එකතුව $a + b + c$ අඩුකරමු

$$100a + 10b + c - (a + b + c) = 99a + 9b = 9(11a + b)$$

ඇත්තෙන්ම $9(11a + b)$, 9 යෙන් බෙදිය හැකිය, එනම් සංඛ්‍යාවකින් එම සංඛ්‍යාවේ අංකවල එකතුව අඩුකිරීමෙන් ලැබෙන ඵලය අනිවාර්ය ලෙසම 9 න් ඉතිරි නැතිව බෙදිය හැකිය.

ගැටළුව විසඳීමේදී ඔබට දන්වන ලද අංකවල එකතුව 9 යෙන් බෙදෙනවා විය හැකිය (නිදර්ශනයක්: 4 සහ 5). එයින් පෙන්නුම් කරන්නේ මකාදමන ලද අංකය 0 හෝ 9 හෝ බවය.

එම ගැටළුවේම වෙනත් ක්‍රමයක්ද ඇත: අදහස් කරන ලද සංඛ්‍යාවෙන් එහි ඉලක්කම්වල එකතුව අඩුකරනවා වෙනුවට එම සංඛ්‍යාවේ ඉලක්කම් ඔබ කැමති අනුපිළිවෙළට ලියා අඩුකරන්න (එම සංඛ්‍යාව අදහස් කරන සංඛ්‍යාවට වඩා වැඩි නම් වැඩි සංඛ්‍යාවෙන් අඩු සංඛ්‍යාව අඩුකරන්න). නිදර්ශනයක් වශයෙන් 8,247 සංඛ්‍යාවෙන් 2,748 අඩුකළ හැකිය. පසුව ඉහත ආකාරයටම කළ හැකිය. $8{,}247 - 2{,}748 = 5{,}499$; 4 අංකය මකා දමා ඇතැයි සිතන්න. එමනිසා $5 + 9 + 9 = 23$; 9 යෙන් ඉතිරි නැතිව බෙදෙන කිට්ටුම සංඛ්‍යාව 27 ය. එමනිසා මකාදමන ලද ඉලක්කම $27 - 23 = 4$.

13. ගත්තේ කවුද?

මෙම හාස්‍යජනක එමෙන්ම බුද්ධිමත් ඇස්බැන්දුම පෙන්වීමේදී සාක්කුවේ සඟවාගත හැකි කුඩා භාණ්ඩ තුනක් පිළියෙළ කර ගත යුතුය. උදාහරණයක් වශයෙන් පැන්සලයක්, යතුරක් හා කුඩා දුනු පිහියක් පිළියෙළ කර ගන්න. ඒ හැර කජු මද 24 සමග පිඟානක්ද මේසය මත තබන්න. කජු මද නොමැතිනම් ගිනිකූරු 24 ක් ගත හැකිය.

ඔබ නැති අතර පැන්සලය, යතුර හා දුනු පිහිය සඟවා ගැනීමට ඔබේ මිතුරන් තිදෙනෙකුට දන්වන්න. ඔවුන් වෙනවෙනම ගත් භාණ්ඩ මොනවා දැයි දැන්වීම ඔබෙන් බලාපොරොත්තු වේ.

එය කරන්නේ මෙසේය. මිතුරන් භාණ්ඩ සඟවා ගැනීමෙන් පසු ඔබ කාමරයට පැමිණ පිරිසියේ ඇති කජුමද ඔබේ යහළුවන්ට බෙදා දෙන්න. එය කළ යුත්තේ පළමුවැන්නාට එක් කජු මදයක්ද දෙවැන්නාට කජුමද දෙකක්ද තුන්වැන්නාට කජුමද තුනක්ද බැගිනි. නැවතත්, පැන්සලය ගත් මිතුරාට ඔහුට දෙන ලද කජුමද සංඛ්‍යාවට සමාන සංඛ්‍යාවක්ද, යතුර ගත් මිතුරාට ඔහුට දෙන ලද කජුමද සංඛ්‍යාව මෙන් දෙගුණයක්ද, දුනුපිහිය ගත් තැනැත්තාට ඔහුට දෙන ලද කජුමද සංඛ්‍යාව මෙන් හතර ගුණයක්ද ගන්නා ලෙස කියා කාමරයෙන් ඉවත යන්න.

ඉතිරි කජුමද සංඛ්‍යාව පිරිසියේ තිබිය යුතුය.

මේ සියල්ලම කළ පසු ඔබ කාමරයට ආපසු පැමිණ පිරිසියේ ඉතිරිව ඇති කජුමද දෙස බලා එක් එක් භාණ්ඩය ගත් තැනැත්තා නම් කරන්න.

රහස්‍ය සහායකයකුගෙන් තොරව මෙම ඇස්බැන්දුම පෙන්වන නිසා එය වඩාත් පැටලුම් සහගතය. මෙහි කිසිම රැවටීමක් නැත. එය සම්පූර්-

යෙඝන්ම පදනම් වී ඇත්තේ අංකගණිතමය ගණනයන් මතය. ඔබ එක් එක් භාණ්ඩය ගත් නැනැත්තා නම්කරන්නේ පිරිසියේ ඉතිරිවී ඇති කජු මද සංඛ්‍යාව අනුවය. එහි ඉතිරිවන්නේ 1 සිට 7 දක්වා වූ සුළු සංඛ්‍යාවකි. එකවරම ඔබට එය ගිණිය හැකිය. එහෙත් ඉතිරිව ඇති කජුමද සංඛ්‍යාව අනුව එක් එක් භාණ්ඩය ගත් නැනැත්තා සොයන්නේ කෙසේද?

හැම අවස්ථාවකම මිතුරන් අතර භාණ්ඩ බෙද ගැනීමේදී ඉතිරිවන කජුමද සංඛ්‍යාවද වෙනස් වේ. ඒ කෙසේදැයි අපි දැන් සලකා බලමු.

කජුමද එක, දෙක හා තුන බැගින් ලබාගත් ඔබේ මිතුරන්ගේ නම් පිළිවෙළින් සුනිල්, නිමල් හා සිරිල් යැයි සිතමු. නම්වල මුල් අකුරුවලින් ඔවුන් හඳුන්වමු: සු, නි, සි. භාණ්ඩද අකුරුවලින් හඳුන්වමු: පැන්සලය — a, යතුර — b, පිහිය — c. භාණ්ඩ මිතුරන් අතර බෙදිය හැක්කේ කෙසේද? ආකාර හයකි.

සු.	නි.	සි.
a	b	c
a	c	b
b	a	c
b	c	a
c	a	b
c	b	a

භාණ්ඩ බෙදීමේ වෙනත් ආකාරයක් තිබිය නොහැකිය. ඉහත වගුව සියලුම සංයෝජනයන් උපන්‍යාම කරයි.

ඒ අවස්ථා 6 යේ එක් එක් අවස්ථාවට ගැලපෙන ඉතිරිවන කජුමද සංඛ්‍යාව අපි දැන් සොයා බලමු:

සු. නි. සි.	ලබාගන්නා ලද කජුමද සංඛ්‍යාව	එකතුව	ඉතිරි
a b c	$1+1=2;\ 2+4=6;\ 3+12=15$	23	1
a c b	$1+1=2;\ 2+8=10;\ 3+6=9$	21	3
b a c	$1+2=3;\ 2+2=4;\ 3+12=15$	22	2
b c a	$1+2=3;\ 2+8=10;\ 3+3=6$	19	5
c a b	$1+4=5;\ 2+2=4;\ 3+6=9$	18	6
c b a	$1+4=5;\ 2+4=6;\ 3+3=6$	17	7

සෑම අවස්ථාවකම ඉතිරිවන සංඛ්‍යාව වෙනස් බව ඔබට දැන් දැකිය හැකිය. එම නිසා ඉතිරිවන සංඛ්‍යා දන්නේ නම් ඒ ඒ භාණ්ඩය සහවාගෙන ඇති තැනැත්තා ඔබට ලෙහෙසියෙන් සොයාගත හැකිය. නැවතත් තුන්වැනි වතාවට ඔබ කාමරයෙන් ඉවත ගොස් ඉහත චක්‍රය සටහන් කර ඇති ඔබේ සටහන් පොත බලන්න. (ඇත්ත වශයෙන්ම අවශ්‍ය පළමුවැනි හා අවසාන සිරස් පේළි පමණි); මතක තබාගැනීමට අවශ්‍යතාවයක් නැත. කවුරු කුමන භාණ්ඩයක් සහවා ගෙන ඇත්දැයි චක්‍රය පෙන්වා දෙයි. උදහරණයක් වශයෙන්, පිරිසියේ කජුමද 5 ක් ඉතිරිව තිබුණේ යැයි සිතමු. එයින් අදහස්වන්නේ (b,c,a) සුනිල් ළඟ යතුරත්, නිමල් ළඟ පිහියත්, සිරිල් ළඟ පැන්සලයත් සඟවාගෙන ඇති බවය.

ඇස් බැඳුම සාර්ථක වීමට නම් ඒ ඒ මිතුරාට කොපමණ කජුමද බෙද දෙන ලද දැයි ඔබ නිවැරදිව මතක තබාගත යුතුය (ඉහත කළ පරිදි හෝඩියේ අකුරු පිළිවෙළට එය කරන්න).